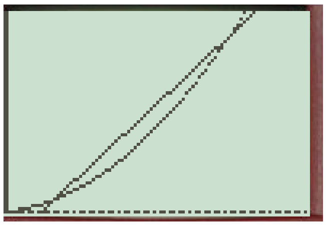
Correction DS n°5 (2nde E)

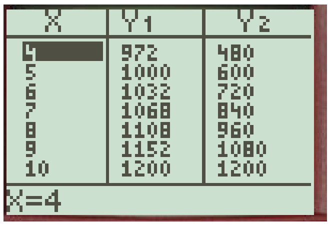
Exercice 1

1. Pour $x \in [0;60]$, $R(x) = 120x$
2. Représentation graphique de C et de R :

   a. Sur la calculatrice, on obtient :



   b. A l'aide d'un tableau de valeurs de la calculatrice :



X	Y1	Y2
4	972	480
5	1000	600
6	1032	720
7	1068	840
8	1108	960
9	1152	1080
10	1200	1200

X=4

   On obtient :

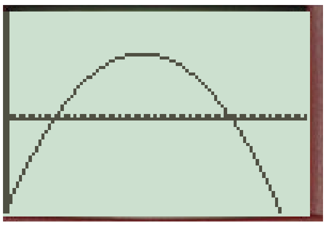
x	4	10	20	36	40	52
$C(x)$	972	1200	1900	3852	4500	6828
$R(x)$	480	1200	2400	4320	4800	6240
Bénéfice	-492	0	500	468	300	-588

   c. L'entreprise semble réaliser des bénéfices lorsque $x \in [10;45]$

   d. L'entreprise semble avoir un bénéfice maximal lorsque $x \approx 27,4$

3. Pour $x \in [0;60]$, $B(x) = R(x) - C(x) = 120x - (2x^2 + 10x + 900) = 120x - 2x^2 - 10x - 900 = -2x^2 + 110x - 900$
4. Représentation graphique de B :

   a. Sur la calculatrice, on obtient :



   b. L'entreprise semble réaliser des bénéfices lorsque $x \in [10;45]$

   c. L'entreprise semble avoir un bénéfice maximal lorsque $x \approx 27,44$

Exercice 2 :

1. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
   $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
   $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1-5)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
   ► $AC = BC$ donc ABC est isocèle en C.
   ► $AB^2 = 40$ et $AC^2 + BC^2 = 20 + 20 = 40$ donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle isocèle en C.
2. $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1+5}{2} = 2$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{-1+1}{2} = 0$ donc $K(2;0)$
3. ► $x_K = \dfrac{x_C + x_D}{2} \Leftrightarrow 2 = \dfrac{1 + x_D}{2} = 2 \Leftrightarrow x_D = 3$
   ► $y_K = \dfrac{y_C + y_D}{2} \Leftrightarrow 0 = \dfrac{3 + y_D}{2} = 0 \Leftrightarrow y_D = -3$ donc $D(3;-3)$
4. Les deux diagonales de $ACBD$ se coupent en leur milieu K donc $ACBD$ est un parallélogramme.
   De plus ABC est un triangle rectangle isocèle donc $ACBD$ est un carré.

Exercice 3

1. Pour $x \in \mathbb{R}$, $(x+1)(x^2+1) = x^3 + x + x^2 + 1 = x^3 + x^2 + x + 1 = f(x)$
2. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x+1)(x^2+1) = (x+1)^3 \Leftrightarrow (x+1)(x^2+1) - (x+1)^3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)[(x^2+1)-(x+1)^2] = 0 \Leftrightarrow (x+1)(-2x) = 0$
$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 0$ donc $S = \{-1;0\}$
3. L'abscisse d'un point d'intersection entre C_f et C_g vérifie : $f(x) = g(x)$
D'après la question précédente, on ne peut avoir que $x_A = -1$ et $x_B = 0$
► $f(-1) = 0$ donc $A(-1;0)$
► $f(0) = 1$ donc $B(0;1)$
A et B sont les points d'intersection entre C_f et C_g)

Exercice 4