THEME 07 : Fonctions paires et fonctions impaires

Définition :

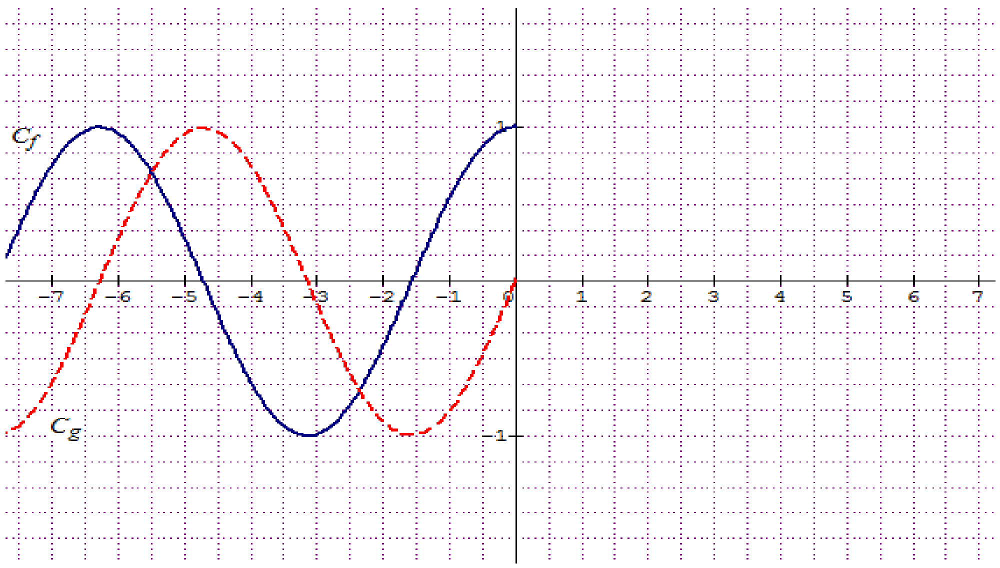
On dit que f est une **fonction paire** si $\begin{cases} Si\ x \in D_f\ alors\ -x \in D_f \\ Pour\ tout\ x \in D_f\ alors\ f(-x) = f(x) \end{cases}$

<u>Conséquence</u> : C_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

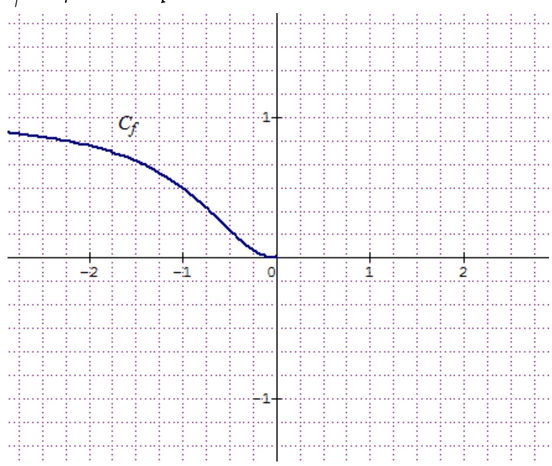
On dit que f est une **fonction impaire** si $\begin{cases} Si\ x \in D_f\ alors\ -x \in D_f \\ Pour\ tout\ x \in D_f\ alors\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

<u>Conséquence</u> : C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère

Exercice 01 :
Sachant que f est une fonction paire et g une fonction impaire, compléter leur représentation graphique.



Exercice 02 :
Tracer en rouge C_f si f est paire et en bleue C_f si f est impaire :



Exercice 03 :
Etudier la parité des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \mapsto x^2$
2. $g : y \mapsto y^3$
3. $h : x \mapsto \dfrac{x^2 - 1}{x^3}$
4. $j : z \mapsto 3z^3 - 5z$
5. $k : x \mapsto -\dfrac{1}{x}$
6. $m : x \mapsto 2x^2 - x$
7. $p : x \mapsto \dfrac{3}{x-2}$

Evaluation

Thème 07			
AA	A	EA	NA
SEI06			
AA	A	EA	NA

Utilité

La parité d'une fonction permet de ne pas étudier celle-ci sur l'ensemble de définition complet.

On peut étudier la fonction sur une partie seulement de son ensemble de définition puis par symétrie on pourra généraliser à l'ensemble de définition entier.

Démonstration

Si f est impaire, démontrer que $f(0)=0$

Question

Si f est une fonction quelconque, que peut-on dire de :

$$g : x \mapsto \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

$$h : x \mapsto \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$