

Thème 05 : Des équations résolubles par radicaux

Exercice :

Evariste Galois a étudié les équations et notamment les conditions pour qu'une équation soit résoluble par radicaux et donc que les solutions s'expriment avec les quatre opérations et les racines carrées à l'aide des coefficients de l'équation.

Nous allons étudier les équations du premier degré et celles du second degré, dans ce document :

Partie I : Equation du 1er degré $ax + b = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

- 1) Montrez que la solution peut toujours s'exprimer avec a et b
- 2) **Applications** :
Résoudre les équations suivantes :
 - a) $2x + 3 = 0$
 - b) $6 - 4x = 0$
 - c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{5} = 0$
 - d) $x\sqrt{5} - 2\sqrt{3} = 0$
 - e) $\pi x = 0$

Partie II : Equation du 2nd degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$

- 1) Montrer que l'équation est équivalente à :

$$a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right] = 0$$

Dans toute la suite on note Δ le nombre $b^2 - 4ac$

- 2) Si $\Delta = 0$ montrez qu'il n'y a qu'une seule solution et qu'elle s'exprime uniquement avec a et b .
- 3) Si $\Delta > 0$ montrez qu'il y a deux solutions et qu'elle s'exprime uniquement avec a et b sous la forme :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- 4) Si $\Delta < 0$ montrez qu'il n'y a pas de solution réelle.
- 3) **Applications** :

Résoudre les équations suivantes :

- a) $x^2 + 2x + 1 = 0$
- b) $x^2 - x - 1 = 0$
- c) $x^2 + 2x + 3 = 0$
- d) $x^2 + 7x - 1 = 0$
- e) $2x^2 - 12x + 18 = 0$
- f) $3x^2 - 18x + 17 = 0$
- g) $4x^2 - 25 = 0$
- h) $6x^2 - 4x = 0$

Evaluation

Thème 05			
AA	A	EA	NA
SEI06			
AA	A	EA	NA

Historique

Evariste GALOIS

25 Octobre 1811

Naissance à Bourg-La-Reine

1823 (12 ans)

Entre à Louis-Le-Grand.

1827 (16 ans)

Premier prix au concours général de mathématiques.

1830 (19 ans)

Publie trois mémoires et envoie les textes à l'Académie.

1831 (20 ans)

Ouvre un cours public d'algèbre à la librairie Caillot et rédige son mémoire sur les équations.

1832 (20 ans)

Il meurt dans un duel après avoir rédigé son testament mathématique