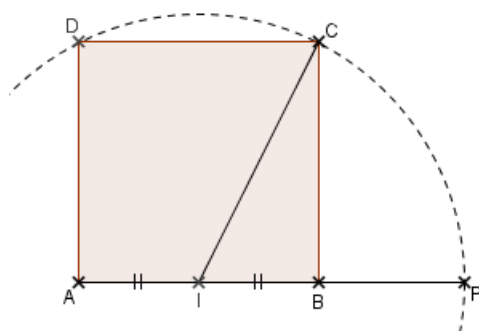


Thème 03 : Le nombre d'or

Exercice :



On considère un carré ABCD de côté 1.

Le point I est le milieu de [AB].

Le cercle de centre I et de rayon IC coupe la demi-droite [IB) en P.

Partie I : Découverte

1) Calculer les distances IB, IC puis AP.

2) On note $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Le nombre d'or)

Démontrer que $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{BP} = \varphi$

3) Donner l'arrondi au millionième de φ

4) Calculer φ^2 et vérifier que $\varphi^2 = \varphi + 1$

5) En déduire que $\varphi^{-1} = \varphi - 1$

6) En déduire que $\varphi^3 = 2\varphi + 1$ et que $\varphi^{-2} = -\varphi + 2$

7) Exprimer de la même façon φ^4 , φ^5 et φ^6 en fonction de φ

8) Exprimer de la même façon φ^{-3} , φ^{-4} et φ^{-5} en fonction de φ

Partie II : Irrationalité

On suppose que φ peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible

$\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{N}^*$

1) P et q peuvent-ils être tous les deux pairs ?

2) Prouver que $p^2 = q^2 + pq$

3) En déduire que $p^2 - q^2 = pq$

4) Démontrer que si un nombre entier est pair alors son carré est pair.

5) Ecrire la contraposée de la propriété précédente.

6) Si p et q sont tous les deux impairs, de quelle parité sont :

pq , p^2 , q^2 , $p^2 - q^2$

7) Etudier de même le cas où p est pair et q impair, puis le cas où p impair et q pair.

8) Que peut-on en déduire sur la nature du nombre φ ?

Evaluation

Thème 03

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

SEI06

AA	A	EA	NA
----	---	----	----

Historique

L'histoire de cette proportion commence à une période reculée de l'antiquité grecque. À la Renaissance, **Luca Pacioli**, un moine franciscain italien, la met à l'honneur dans un manuel de mathématiques et la surnomme **divine proportion**. Au cours des XIXe et XXe siècles naissent les termes de **section dorée** et de **nombre d'or**.

Le nombre d'or se trouve parfois dans la nature ou des œuvres humaines, comme dans les capitules du tournesol ou dans certains monuments mais aussi dans les proportions du corps humain.