

Thème 02 : Les nombres premiers

Exercice :

Partie I : Reconnaître des nombres premiers

- 1) Crible d'**Eratosthène**. Entourer les nombres premiers parmi les 10 premiers nombres entiers.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	21	31	41	51	61	71	81	91
20	12	22	32	42	52	62	72	82	92
30	13	23	33	43	53	63	73	83	93
40	14	24	34	44	54	64	74	84	94
50	15	25	35	45	55	65	75	85	95
60	16	26	36	46	56	66	76	86	96
70	17	27	37	47	57	67	77	87	97
80	18	28	38	48	58	68	78	88	98
90	19	29	39	49	59	69	79	89	99

- 2) Quelle est la parité des nombres premiers supérieurs ou égaux à 3 ?
- 3) On admettra la propriété suivante : tout entier naturel $n > 2$ non premier admet au moins un diviseur premier p tel que $p \leq \sqrt{n}$
(On démontre cette propriété en terminale)

Montrer que les nombres suivants ne sont pas premiers :
48594 - 15 - 391 - 319 - 3179 - 2873 - 9801 - 2783

- 4) Pour quelles valeurs de n , $n^2 - 2n + 1$ est-il premier ?
- 5) Pour quelles valeurs de n , $n^2 + 2n + 1$ est-il premier ?
- 6) Que peut-on dire de n^2 ?
- 7) Si p est un nombre premier plus grand ou égal à 3, que peut-on dire du nombre $A = \frac{p^2 + 1}{2}$?

Partie II : Nombres premiers d'**Euler**

Il a été montré que, pour tout n allant de -40 à 40, alors $n^2 - n + 41$ est un nombre premier.

- 1) Vérifier cette formule pour tous les entiers n de 0 à 20.
- 2) Montrer que pour $n=41$, cette propriété est fautive.

Partie III : Nombres de **Mersenne**

Mersenne nous dit que si n est premier alors $2^n - 1$ est aussi.

- 1) Vérifier que cette formule donne des nombres premiers, en prenant pour n les premiers nombres premiers.
- 2) Quelle est la première valeur de n qui ne donne pas un nombre premier par cette formule ?

Partie IV : Nombres de **Fermat**

Fermat nous dit que si n est un nombre entier naturel alors $2^{2^n} + 1$ est un nombre premier.

- 1) Calculer les nombres obtenus avec n entier allant de 0 à 3.
- 2) En revanche, montrer que la valeur $n=5$ donne un nombre divisible par 641.

Evaluation

Thème 02			
AA	A	EA	NA
SEI06			
AA	A	EA	NA

Vocabulaire

Un nombre entier positif est **premier** s'il n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Eratosthène

Mathématicien Grec
né en Lybie
- 276/-194

Euler

Mathématicien Suisse
1707-1783

Mersenne

Savant Français
1588-1648

Fermat

Mathématicien
Français
1601-1665