Exercice 1 (5 pts) :

1. $f_1(x)$ existe pour toutes les valeurs de x réelles donc $\boxed{D_{f_1} = \mathbb{R}}$
2. $f_2(x)$ existe si et seulement si $1 - x \neq 0 \iff x \neq 1$ donc $\boxed{D_{f_2} = \mathbb{R} \setminus \{1\}}$
3. $f_3(x)$ existe si et seulement si $x^2 - 9 \neq 0 \iff (x-3)(x+3) \neq 0 \iff x \neq -3$ et $x \neq 3$ donc $\boxed{D_{f_3} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}}$
4. $f_4(x)$ existe si et seulement si $x + 4 \geq 0 \iff x \geq -4$ donc $\boxed{D_{f_4} = [-4; +\infty[}$
5. $f_5(x)$ existe si et seulement si $3 - x \geq 0 \iff 3 \geq x$ donc $\boxed{D_{f_5} =]-\infty; 3]}$

Exercice 2 (5 pts) :

On note $f : x \longmapsto 4(x+1)^2 - 5$ et $g : x \longmapsto \dfrac{3x+15}{x+2}$

1. $f(0) = 4 \times (0+1)^2 - 5 = 4 \times 1 - 5 = -1$ donc $\boxed{\text{l'image de } 0 \text{ par } f \text{ est } -1}$
2. $f(x) = -1 \iff 4(x+1)^2 - 5 = -1 \iff 4(x+1)^2 - 4 = 0 \iff 4(x+1-1)(x+1+1) = 0 \iff 4x(x+2) = 0 \iff x = 0$ ou $x = -2$ donc $\boxed{\text{les antécédents de } -1 \text{ par } f \text{ sont } -2 \text{ et } 0}$
3. $g\left(\sqrt{2}\right) = \dfrac{3\sqrt{2}+15}{\sqrt{2}+2} = \dfrac{(3\sqrt{2}+15)(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} = \dfrac{9\sqrt{2}-24}{2-4} = \dfrac{24-9\sqrt{2}}{2}$ donc $\boxed{\text{l'image de } \sqrt{2} \text{ par } g \text{ est } \dfrac{24-9\sqrt{2}}{2}}$
4. $g(x) = 2 \iff \dfrac{3x+15}{x+2} = 2 \iff 3x + 15 = 2x + 4 \iff x = 4 - 15 \iff x = -11$ donc $\boxed{\text{l'antécédent de } 2 \text{ par } g \text{ est } -11}$
5. $g(x) = \dfrac{3}{2}x \iff \dfrac{3x+15}{x+2} = \dfrac{3}{2}x \iff 2(3x+15) = 3x(x+2) \iff 6x + 30 = 3x^2 + 6x \iff 10 = x^2 \iff x = \sqrt{10}$ ou $x = -\sqrt{10}$ donc $\boxed{S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}}$

Exercice 3 (5 pts) :

1. L'image de 3 par f est $\boxed{-2}$ et l'image de -2 par f est $\boxed{3}$.
2. Les antécédents de 1 par f sont $\boxed{-4,7\,; -1 \text{ et } 1,8}$
   L'antécédent de -2 par f est $\boxed{3}$
3. $f(x) = 0 \iff \boxed{S = \{-5; 2; 6\}}$
4. $f(x) > 2 \iff \boxed{S =]-4,4; -3[\cup]-3; -1,6[\cup]0; 1,5[}$
5. $f(x) \leq -1 \iff \boxed{S = \{-6\} \cup [2,4; 4]}$
6. Tableau des signes de $f(x)$

x	-6		-5		2		6
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0

7. Le maximum de f est $\boxed{3}$ et est atteint pour $\boxed{x = -4 \text{ ou } x = -2 \text{ ou } x = 1}$

Exercice 4 (5 pts) :

1. $x^2 - x - 6 = 0 \iff f(x) = g(x) \iff \boxed{S = \{-2; 3\}}$
2. $x^2 - x > 6 \iff f(x) > g(x) \iff \boxed{S = [-4; -2[\cup]3; 4]}$
3. $-x \leq 6 - x^2 \iff f(x) \leq g(x) \iff \boxed{S = [-2; 3]}$
4. Tableau des signes de la fonction h définie sur $[-4; 4]$ par $h(x) = f(x) - g(x)$

x	-4		-2		3		4
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 5 (2.5 pts) :

1. $A = 504^2 - 502^2 = (503+1)^2 - (503-1)^2 = 4 \times 503 = \boxed{2012}$
2. $B = \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right) - 1 = \boxed{0}$
3. Construire un algorithme qui traduit les fonctions ci-dessous :

(a) $f : x \longmapsto \dfrac{2x+5}{(x-1)(x+1)}$

<u>Variables</u>
x : nombre réel
p et q et $Resultat$: nombres réels
<u>Début de l'algorithme</u>
p reçoit la valeur de x
q reçoit la valeur de $(x-1)(x+1)$
Si $q \neq 0$ alors $Resultat$ reçoit $\dfrac{p}{q}$
    Sinon la division par 0 est impossible.
Afficher $Resultat$
<u>Fin de l'algorithme</u>

(b) $g : x \longmapsto 4 - \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$

<u>Variables</u>
x : nombre réel
$Resultat$: nombre réel
<u>Début de l'algorithme</u>
$Resultat$ reçoit la valeur de $1-x$
Si $Resultat = 0$ alors la division par 0 est impossible
    Sinon si $Resultat < 0$ alors la racine carrée d'un nombre négatif est impossible
        Sinon
            <u>Début du sinon</u>
            $Resultat$ reçoit la valeur de $\dfrac{1}{\sqrt{Resultat}}$
            $Resultat$ reçoit la valeur de $4 - Resultat$
            <u>Fin du sinon</u>
Afficher $Resultat$
<u>Fin de l'algorithme</u>