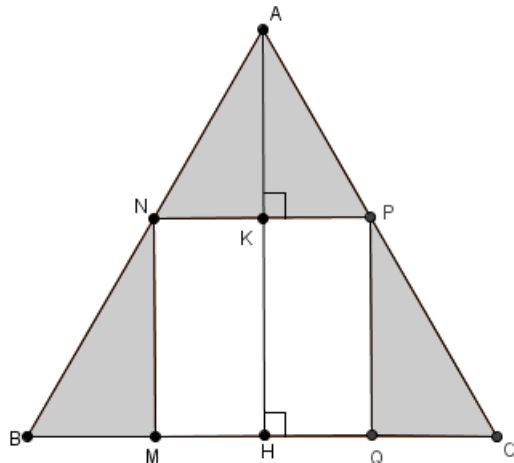


La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.  
LA CALCULATRICE EST AUTORISEE POUR CE DS

**Exercice 1 (10 pts) :**

$ABC$  est un triangle équilatéral de côté  $\sqrt{3}$  cm  
 $MNPQ$  est un carré de côté  $x$ .



1. Montrer que le triangle  $ANP$  est équilatéral de côté  $x$
2. Montrer que  $AH = \frac{3}{2}$
3. Déterminer  $AK$  en fonction de  $x$  et en déduire que  $AH = x + \frac{x\sqrt{3}}{2}$
4. En déduire une équation dont  $x$  est la solution. (Ne pas la résoudre)
5. Montrer que cette équation est équivalente à  $2x + x\sqrt{3} = 3$
6. Déterminer la valeur de  $x$ . On donnera le résultat sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers et  $c$  un entier naturel le plus petit possible.
7. Montrer alors que l'aire de  $MNPQ$  est  $63 - 36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>
8. Calculer l'aire grise.

**Exercice 2 (7 pts) :**

On note  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$  un repère orthonormé du plan.

$A(-2; 3)$ ,  $B(1; -3)$  et  $C(5; -1)$  sont trois points de ce repère.

La figure n'est pas exigée. En justifiant par des calculs et/ou propriétés, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les coordonnées de  $I$  le milieu de  $[AC]$
2. Montrer que  $ABC$  est un triangle rectangle.
3. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$
4. Trouver les coordonnées de  $D$  tel que  $ABCD$  soit un rectangle.
5. On note  $H$  le point du segment  $[BC]$  tel que  $IHC$  soit un triangle rectangle en  $H$ . Calculer la mesure des angles  $\widehat{HIC}$  et  $\widehat{HCI}$ .

**Exercice 3 (3 pts) :**

Dire si les propriétés ci-dessous sont vraies ou fausses en justifiant, puis écrire les propriétés réciproque et contraposée en disant si elles sont vraies ou fausses :

1. S'il pleut alors le sol non couvert est mouillé
2. Si  $(x - 1)^2 = 4$  alors  $x = 3$

**Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (2 pts) :**

1. On note  $f$  la fonction définie sur  $[-1; +\infty[$  par  $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$   
Montrer que si  $\alpha$  vérifie  $f(\alpha) = \alpha$  alors  $\frac{1}{\alpha} = \alpha - 1$
2. Résoudre l'équation  $x^2 + 6x = 16$