

Exercice 1 (3,5 pts) :

1. $f_1(x)$ existe pour toutes les valeurs de x réelles donc $D_{f_1} = \mathbb{R}$
2. $f_2(x)$ existe si et seulement si $5x + 15 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$
Donc $D_{f_2} =]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$
3. $f_3(x)$ existe si et seulement si $7 - x \geq 0 \Leftrightarrow 7 \geq x \Leftrightarrow x \leq 7$
Donc $D_{f_3} =]-\infty; 7]$

Exercice 2 (3,5 pts) :

1. $3x^2 = 15 \Leftrightarrow 3x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - \sqrt{5}^2) = 0$
 $\Leftrightarrow 3(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0$ ou $x + \sqrt{5} = 0$
 $x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$ donc $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
2. L'équation existe si et seulement si $x \neq 0$
 $\frac{1}{x} = x \Leftrightarrow 1 = x^2 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (1 - x)(1 + x) = 0$
 $1 - x = 0$ ou $1 + x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$ donc $S = \{-1; 1\}$

Exercice 3 (6,5 pts) :

On note f la fonction $f : x \mapsto (2x - 5)^2 - 3$

1. $f(x)$ existe pour toutes les valeurs de x réelles donc $D_f = \mathbb{R}$
2. $f(0) = (2 \times 0 - 5)^2 - 3 = (0 - 5)^2 - 3 = 25 - 3 = 22$ donc $f(0) = 22$ L'image de 0 par f est 22.
3. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(2 \times \frac{1}{2} - 5\right)^2 - 3 = (1 - 5)^2 - 3 = 16 - 3 = 13$ donc $f\left(\frac{1}{2}\right) = 13$
4. Il faut résoudre l'équation $f(x) = 6 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 - 3 = 6 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 - 9 = 0$
 $(2x - 5)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 5 + 3)(2x - 5 - 3) = 0 \Leftrightarrow (2x - 2)(2x - 8) = 0$
 $2x - 2 = 0$ ou $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 4$. Donc les antécédents de 6 par f sont 1 et 4.
5. $f(x) = 1 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 - 4 = 0$
 $(2x - 5)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (2x - 5 + 2)(2x - 5 - 2) = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(2x - 7) = 0$
 $2x - 3 = 0$ ou $2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{7}{2}$. Donc $S = \left\{\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right\}$

Exercice 4 (6,5 pts) :

1. $g(x)$ existe si et seulement si $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ donc $D_g =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$
2. $g(0) = 2 - \frac{3}{0 - 1} = 2 + 3 = 5$ donc l'image de 0 par g est 5 ou $g(0) = 5$
3. $g(-2) = 2 - \frac{3}{-2 - 1} = 2 + 1 = 3$ donc $g(-2) = 3$
4. Il faut résoudre $g(x) = 2 \Leftrightarrow 3 \frac{x - 1}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow 3 = 0$ Il n'y a donc aucun antécédent de 2 par g .
5. $g(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{3}{x - 1} \Leftrightarrow 2(x - 1) = 3$
 $\Leftrightarrow 2x - 2 = 3 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ donc $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (1,5 pts) :

1. Calculer $A = \sqrt{2004\sqrt{2009 \times 2011 + 1} + 9}$
On pose $x = 2010$ alors on obtient :

$$A = \sqrt{(x-6)\sqrt{(x-1) \times (x+1) + 1} + 9} = \sqrt{(x-6)\sqrt{x^2 - 1 + 1} + 9} = \sqrt{(x-6)\sqrt{x^2} + 9}$$

$$A = \sqrt{(x-6)x + 9} = \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = x - 3 = 2007 \text{ donc } \boxed{A = 2007}$$

2. On note $a = 1,11\underline{1}...$ Alors $10a = 11,11\underline{1}...$

$$\text{Donc } 10a - a = 10 \Leftrightarrow 9a = 10 \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{10}{9}}$$