

**Exercice 01 :**

On note  $f : x \mapsto \frac{2x-3}{4x-1}$  et  $g : x \mapsto \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 4$

1.  $f(x)$  existe si et seulement si  $4x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{4}$  donc  $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{4}\right\}$

2.  $g(x)$  existe pour toutes les valeurs de  $x$  réelles donc  $D_g = \mathbb{R}$

3.  $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2 \times \frac{2}{3} - 3}{4 \times \frac{2}{3} - 1} = \frac{\frac{4}{3} - 3}{\frac{8}{3} - 1} = \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = -1$

$g\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

4.  $f(-1) = \frac{2 \times (-1) - 3}{4 \times (-1) - 1} = \frac{-2 - 3}{-4 - 1} = \frac{-5}{-5} = 1$  donc l'image de  $-1$  par  $f$  est  $1$

$g(-1) = \left((-1) - \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 4 = \frac{9}{4} - \frac{16}{4} = -\frac{7}{4}$  donc l'image de  $-1$  par  $g$  est  $-\frac{7}{4}$

5.  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{4x-1} = 0 \Leftrightarrow 2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  donc l'antécédent de  $0$  par  $f$  est  $\frac{3}{2}$

6.  $g(x) = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - (2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2} - 2\right)\left(x - \frac{1}{2} + 2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$

donc les antécédents de  $0$  par  $g$  sont  $-\frac{3}{2}$  et  $\frac{5}{2}$

7.  $f(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{4x-1} = 2 \Leftrightarrow 2x-3 = 2(4x-1) \Leftrightarrow 2x-3 = 8x-2$

$-1 = 6x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}$  donc l'antécédent de  $2$  par  $f$  est  $-\frac{1}{6}$

8.  $g(x) = 16 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - (2\sqrt{5})^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2} - 2\sqrt{5}\right)\left(x - \frac{1}{2} + 2\sqrt{5}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + 2\sqrt{5} \text{ ou } x = \frac{1}{2} - 2\sqrt{5}$

donc les antécédents de  $16$  par  $g$  sont  $\frac{1}{2} - 2\sqrt{5}$  et  $\frac{1}{2} + 2\sqrt{5}$

9.  $g(x) = 1 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2} - \sqrt{5}\right)\left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{5}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + \sqrt{5} \text{ ou } x = \frac{1}{2} - \sqrt{5}$

donc les antécédents de  $1$  par  $g$  sont  $\frac{1}{2} - \sqrt{5}$  et  $\frac{1}{2} + \sqrt{5}$