

Un peu de logique : ...

Une proposition mathématique se formule de la façon suivante \mathcal{P} : **Si A alors B**
 On dira donc que **si A est vraie alors B est vraie** ou que **A vraie implique B vraie** ou **$A \Rightarrow B$**

On note \mathcal{P} la **proposition** **Si A vraie alors B vraie**
 Alors la **contraposée** de \mathcal{P} est **Si B fausse alors A fausse**
 La **réciproque** de \mathcal{P} est **Si B vraie alors A vraie**

Remarque :

Si la proposition \mathcal{P} est vraie alors sa contraposée aussi mais pas toujours sa réciproque.

Exemple 01 :

Proposition \mathcal{P} : Si ABC est un triangle isocèle alors ABC a deux côtés égaux. (Vraie)

La contraposée de \mathcal{P} : Si ABC n'a pas deux côtés égaux alors ABC n'est pas un triangle isocèle. (Vraie)

La réciproque de \mathcal{P} : Si ABC a deux côtés égaux alors ABC est un triangle isocèle. (Vraie)

Dans cet exemple, comme la propriété et sa réciproque sont vraies, on dira qu'il y a **équivalence** entre ABC est un triangle isocèle et ABC a deux côtés égaux.

Exemple 02 :

Proposition \mathcal{P} : Si $x = 2$ alors $x^2 = 4$. (Vraie)

La contraposée de \mathcal{P} : Si $x^2 \neq 4$ alors $x \neq 2$ (Vraie)

La réciproque de \mathcal{P} : Si $x^2 = 4$ alors $x = 2$. (Fausse car x peut aussi être égal à -2)

Dans cet exemple on ne peut pas dire que $x = 2$ est équivalent à $x^2 = 4$ car la réciproque est fausse.

Exercice 1 :

Écrire la proposition contraposée et la proposition réciproque des propositions ci-dessous :

P_1 : Si il pleut alors je prends mon parapluie.

P_2 : Si j'ai un DS alors je dois réviser.

P_2 : Si n est un nombre pair alors n^2 est un nombre pair.

P_3 : Si $n^2 - 1$ n'est pas divisible par 8 alors l'entier n est pair.

P_4 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

P_5 : Si un losange a un angle droit alors c'est un carré.

Exercice 2 :

Pour chacune des phrases suivantes, dire si elles sont vraies ou fausses, en justifiant, puis donner leur réciproque et leur contraposée et dire si elles sont vraies ou fausses (en justifiant aussi).

1. Pour tout $x \geq 0$, $1 + x > 0$.
2. Si je suis en retard alors je ne suis pas en avance.
3. Si $a^2 = 9$ alors $a = 3$.
4. Si $ABCD$ est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
5. Si $ABCD$ est un trapèze alors il a deux côtés non consécutifs parallèles.
6. Si $x = 1$ alors $4 - (x + 1)^2 = 0$