

Module 3 : De l'intérêt des équations...

Démontrons que $0,999999\dots = 1$

On note x le nombre $0,999999\dots$

Calculons $10x$: $10x = 9,999999\dots$

On a donc $10x - x = 9,999999\dots - 0,999999\dots = 9$

Or $10x - x$ est aussi égal à $9x$

Donc $9x = 9$

Or $9x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{9} = 1$ donc $x = 1$ Conclusion : $0,999999\dots = 1$

Cette méthode permet entre autre, de trouver l'écriture rationnelle (sous forme d'une fraction) de nombres qui ne sont pas des décimaux.

Exemple : Déterminer l'écriture rationnelle de $0,363636\underline{36}\dots$

On pose $x = 0,363636\underline{36}\dots$

Alors $100x = 36,363636\underline{36}\dots$

On a donc $100x - x = 36,363636\underline{36}\dots - 0,363636\underline{36}\dots = 36$

Or $100x - x = 99x$

Donc $99x = 36$

Or $99x = 36 \Leftrightarrow x = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$

Donc l'écriture rationnelle de $0,363636\underline{36}\dots$ est $\frac{4}{11}$

1. Déterminer l'écriture rationnelle de $0,33333\underline{3}\dots$
2. Déterminer l'écriture rationnelle de $0,333333$
3. Déterminer l'écriture rationnelle de $0,77777\underline{7}\dots$
4. Déterminer l'écriture rationnelle de $0,343434\underline{34}\dots$
5. Déterminer l'écriture rationnelle de $0,126126126\underline{126}\dots$
6. Déterminer l'écriture rationnelle de $1 + 0,121212\underline{12}\dots$
7. Déterminer l'écriture rationnelle de $(3 - 0,55555\underline{5}\dots)^2$
8. Déterminer l'écriture rationnelle de $45,88888\underline{8}\dots$
9. Déterminer l'écriture rationnelle de $\frac{2 - 0,44444\underline{4}\dots}{2 + 0,44444\underline{4}\dots}$
10. Déterminer l'écriture rationnelle de $1 + \frac{1}{1 + 0,191919\underline{19}\dots}$