

Exercice : ...

Le repère (O, OI, OJ) est orthonormal.

1. On note $A(2; 8)$, $B(-6; 2)$ et $C(4; -2)$
Le triangle ABC est-il rectangle ?
2. Déterminer la valeur du réel x pour que les points $A(5; -2)$, $B(8; 2)$ et $C(x; 4)$ forment un triangle rectangle en A .
3. Soient les trois points $A(3; 4)$, $B(-3; -1)$ et $C(4; -3)$.
On note D le point de $[AB]$ tel que $AD = 5$.
On note E le point de $[AC]$ tel que $(DE) \parallel (BC)$.
Calculer les longueurs AE et DE .
4. Soient $A(4; 5)$, $B(2; 3)$ et $C(6; 3)$.
 - (a) Démontrer que le triangle est isocèle.
 - (b) Déterminer la mesure en degrés de l'angle \widehat{ABC} .
 - (c) On note H le pied de la hauteur issue de A .
 - i. Calculer une valeur approchée de la longueur AH à l'aide de la trigonométrie.
 - ii. Calculer la valeur exacte de la longueur AH à l'aide d'une autre méthode.
5. Soient $A(-3; 1)$, $B(3; 2)$ et $C(5; -2)$.
 - (a) Déterminer les coordonnées du milieu de $[AC]$
 - (b) Si $ABCD$ est un parallélogramme, quelles sont les coordonnées du milieu de $[BD]$?
 - (c) Sachant que $ABCD$ est un parallélogramme, déterminer les coordonnées de D .
6. Soient trois points $A(5; -2)$, $B(8; 2)$ et $C(-3; 4)$
 - (a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .
 - (b) Déterminer la mesure en degrés des angles \widehat{ACB} et \widehat{CBA} .
 - (c) Calculer l'aire du triangle ABC
 - (d) On note M un point de $[AC]$ et $x \in \mathbb{R}$ tel que $AM = x$.
On note $N \in [BC]$ et $P \in [AB]$ tels que $MNPA$ soit un rectangle.
On note f la fonction définie par $f : x \mapsto Aire_{MNPA}$
 - i. Déterminer $f(x)$ en fonction de x .
 - ii. Quel est l'ensemble de définition de f ?
 - iii. Démontrer que pour tout $s \in D_f$, on a $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 5)^2 + \frac{25}{2}$
 - iv. Déterminer l'aire $MNPA$ maximale. En quelle valeur est-elle atteinte ?
7. Soient quatre points $A(-1; 5)$, $B(-4; 3)$, $C(-2; 0)$ et $D(1; 2)$
 - (a) Démontrer que $ABCD$ est un carré.
 - (b) On note $M \in [AB]$, $N \in [BC]$, $P \in [CD]$ et $Q \in [AD]$ tels que : $AM = BN = CP = DQ = x$
On note g la fonction définie par $g : x \mapsto Aire_{MNPQ}$
Déterminer $f(x)$ en fonction de x .
 - (c) Quel est l'ensemble de définition de g ?
 - (d) Démontrer que pour tout $s \in D_g$, on a $g(x) = 2 \left(x - \frac{\sqrt{13}}{2} \right)^2 + \frac{13}{2}$
 - (e) Déterminer l'aire $MNPQ$ minimale. En quelle valeur est-elle atteinte ?