

Exercice :

1. Partie I :

(a) $f : x \mapsto \text{Aire du trapèze ADCB}$

$$\text{Donc } f(x) = \text{Aire}_{AHD} + \text{Aire}_{ABCH} = \frac{x \times x}{2} + x \times (8 - x) = \frac{1}{2}x^2 + 8x - x^2 = 8x - \frac{1}{2}x^2$$

$$f : x \mapsto 8x - \frac{1}{2}x^2$$

(b) Algorithme traduisant la fonction f :**Déclaration :**

- On note y et x deux nombres réels

Initialisation :

- Donner une valeur à a

Traitement :

- y reçoit x^2
- y reçoit $y/2$
- y reçoit $8x - y$
- Afficher la valeur de y

(c) On veut trouver x sachant que l'aire du trapèze est égale à 10.

$$\text{i. } \text{Aire}_{ADCB} = 10 \Leftrightarrow 8x - \frac{1}{2}x^2 = 10 \Leftrightarrow 16x - x^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 20 = 0$$

ii. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$(x - 8)^2 - 44 = x^2 - 16x + 64 - 44 = x^2 - 16x + 20$$

$$\text{donc pour tout } x \in \mathbb{R} \text{ on a } x^2 - 16x + 20 = (x - 8)^2 - 44$$

$$\text{iii. } (x - 8)^2 - 44 = (x - 8)^2 - (2\sqrt{11})^2 = (x - 8 + 2\sqrt{11})(x - 8 - 2\sqrt{11})$$

$$\text{iv. } x^2 - 16x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 8 + 2\sqrt{11})(x - 8 - 2\sqrt{11}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 8 + 2\sqrt{11} = 0 \text{ ou } x - 8 - 2\sqrt{11} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 8 - 2\sqrt{11} \text{ ou } x = 8 + 2\sqrt{11}$$

$$\text{L'ensemble des solutions est } S = \{8 - 2\sqrt{11}; 8 + 2\sqrt{11}\}$$

v. L'ensemble des x sachant que l'aire du trapèze est égale à 10 est aussi l'ensemble des x sachant que $x^2 - 16x + 20 = 0$.

$$\text{Comme } 8 + 2\sqrt{11} > 8 \text{ alors il y a une solution qui est } 8 - 2\sqrt{11}$$

2. Partie II :

$$\text{(a) } f(0) = 8 \times 0 - \frac{1}{2} \times 0^2 = 0$$

$$\text{(b) } f(16) = 8 \times 16 - \frac{1}{2} \times 16^2 = 128 - \frac{256}{2} = 0$$

$$\text{(c) } f(x) = 32$$

$$\Leftrightarrow 8x - \frac{1}{2}x^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow 16x - x^2 = 64$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 8)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

Le nombre 32 a 8 pour antécédent par la fonction f .