

**Exercice 1 :** ( 8 pts )

On note  $A = 36 - (3x - 1)^2$  et  $B = (1 - x)(2 - x) - (3x + 1)(1 - x)$

$$1. A = 36 - (3x - 1)^2 = 36 - (9x^2 - 6x + 1) = 36 - 9x^2 + 6x - 1 = -9x^2 + 6x + 35$$

$$\text{donc } A = -9x^2 + 6x + 35$$

$$B = (1 - x)(2 - x) - (3x + 1)(1 - x) = (2 - x - 2x + x^2) - (3x - 3x^2 + 1 - x) = 2 - 3x + x^2 - 2x + 3x^2 - 1 = 4x^2 - 5x + 1$$

$$\text{donc } B = 4x^2 - 5x + 1$$

$$2. A = 36 - (3x - 1)^2 = (6)^2 - (3x - 1)^2 = (6 + 3x - 1)(6 - 3x + 1) = (3x + 5)(7 - 3x)$$

$$\text{donc } A = (3x + 5)(7 - 3x)$$

$$B = (1 - x)(2 - x) - (3x + 1)(1 - x) = (1 - x)[(2 - x) - (3x + 1)] = (1 - x)(2 - x - 3x - 1) = (1 - x)(1 - 4x)$$

$$\text{donc } B = (1 - x)(1 - 4x)$$

$$3. \text{ Si } x = -\sqrt{3} \text{ alors } A = -9(-\sqrt{3})^2 + 6(-\sqrt{3}) + 35 = -27 - 6\sqrt{3} + 35 = 8 - 6\sqrt{3}$$

$$4. \text{ Si } x = \frac{1}{4} \text{ alors } B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - 4 \times \frac{1}{4}\right) = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times (1 - 1) = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 0 = 0$$

$$5. B = 0 \Leftrightarrow (1 - x)(1 - 4x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \text{ ou } 1 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = \frac{1}{4}$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \left\{\frac{1}{4}; 1\right\}$$

$$6. B = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 5x + 1 = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(4x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{5}{4}$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \left\{0; \frac{5}{4}\right\}$$

**Exercice 2 :** ( 8 pts )

Résoudre, dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  des réels, les équations ci-dessous :

$$(E_1) : x^2 - 9 = (x + 3)(2x - 1) \Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) - (x + 3)(2x - 1) \Leftrightarrow (x + 3)(x - 3 - 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(-x - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \text{ ou } -x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -2$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \{-3; -2\}$$

$$(E_2) : 16(x - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow [4(x - 1)]^2 - (3)^2 = 0 \Leftrightarrow [4(x - 1) + 3][4(x - 1) - 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x - 4 + 3)(4x - 4 - 3) = 0 \Leftrightarrow (4x - 1)(4x - 7) = 0 \Leftrightarrow 4x - 1 = 0 \text{ ou } 4x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{7}{4}$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \left\{\frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right\}$$

$$(E_3) : 1 + \frac{2x}{x + 1} = -1$$

$$\text{L'équation existe si et seulement si } x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1 \text{ donc } E = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$1 + \frac{2x}{x + 1} = -1 \Leftrightarrow \frac{2x}{x + 1} = -2 \Leftrightarrow 2x = -2(x + 1) \Leftrightarrow 2x = -2x - 2 \Leftrightarrow 4x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$(E_4) : x = \frac{3}{x}$$

$$\text{L'équation existe si et seulement si } x \neq 0 \text{ donc } E = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$x = \frac{3}{x} \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{3} = 0 \text{ ou } x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}$$

$$\text{donc l'ensemble des solutions est } S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$$

**Exercice 3 :** ( 2 pts )

On note  $\theta$  le nombre  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$$\theta^2 = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{9-6\sqrt{5}+5}{4} = \frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{2(7-3\sqrt{5})}{2 \times 2} = \boxed{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}}$$

$$3\theta - 1 = 3\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) - 1 = \frac{9-3\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2} = \boxed{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}}$$

On a donc bien :  $\theta^2 = 3\theta - 1$

#### Exercice 4 : ( 2 pts )

Calculer le plus simplement possible :  $A = 100000^2 - 100002 \times 99998$

On note  $x = 100000$

Alors  $A = x^2 - (x+2)(x-2) = x^2 - (x^2 - 4) = x^2 - x^2 + 4 = 4$  donc  $\boxed{A = 4}$

#### Exercice supplémentaire :

Résoudre l'équation :  $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{16}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x-4=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=4$$

donc l'ensemble des solutions est  $\boxed{S = \{1; 4\}}$