

**Exercice 1 :**

$$1. \frac{1}{x} + x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{x^2}{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{1+x^2}{x} = 2 \Leftrightarrow 1+x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ Donc l'ensemble des solutions est } \boxed{S = \{1\}}$$

$$2. x^3 = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^3+1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1=0 \text{ ou } x+1=0 \text{ ou } x^2+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=-1 \text{ ou } x^2=-1$$

$$x^2=-1 \text{ n'a pas de solution car aucun nombre réel a un carré négatif.}$$

$$\text{L'ensemble des solutions est donc : } \boxed{S = \{-1; 1\}}$$

$$3. 9(x+1)^2 = 5 \Leftrightarrow 9(x+1)^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow [3(x+1)]^2 - [\sqrt{5}]^2 = 0 \Leftrightarrow [3(x+1) - \sqrt{5}][3(x+1) + \sqrt{5}] = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+3-\sqrt{5})(3x+3+\sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow 3x+3-\sqrt{5}=0 \text{ ou } 3x+3+\sqrt{5}=0$$

$$\Leftrightarrow 3x = -3+\sqrt{5} \text{ ou } 3x = -3-\sqrt{5} \Leftrightarrow x = \frac{-3+\sqrt{5}}{3} \text{ ou } x = \frac{-3-\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{L'ensemble des solutions est donc } \boxed{S = \left\{ \frac{-3-\sqrt{5}}{3}; \frac{-3+\sqrt{5}}{3} \right\}}$$

**Exercice 2 :** On note  $x$  et  $y$  la longueur des côtés de l'angle droit.

L'aire du triangle est de  $30 \text{ cm}^2$  donc on a :  $xy = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{y}$  car  $y$  est une longueur non nulle.

$ABC$  est rectangle en  $A$  donc à l'aide du théorème de Pythagore et sachant que l'hypoténuse mesure  $2\sqrt{30}$  donc on a :  $x^2 + y^2 = 120$

À l'aide des deux équations on détermine une nouvelle équation :  $\left(\frac{60}{y}\right)^2 + y^2 = 120$

$$\left(\frac{60}{y}\right)^2 + y^2 = 120 \Leftrightarrow \frac{3600}{y^2} + y^2 = 120 \Leftrightarrow \frac{3600}{y^2} + \frac{y^4}{y^2} = 120 \Leftrightarrow \frac{3600 + y^4}{y^2} = 120$$

$$\Leftrightarrow 3600 + y^4 = 120y^2 \Leftrightarrow y^4 - 120y^2 + 3600 = 0 \Leftrightarrow (y^2 - 60)^2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 60 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - \sqrt{60})(y + \sqrt{60}) = 0 \Leftrightarrow y - 2\sqrt{15} = 0 \text{ ou } y + 2\sqrt{15} = 0 \Leftrightarrow y = 2\sqrt{15} \text{ ou } y = -2\sqrt{15}$$

Or  $y$  est une longueur positive donc la seule solution est  $y = 2\sqrt{15}$

$$\text{De plus } x = \frac{60}{y} = \frac{60}{2\sqrt{15}} = \frac{30}{\sqrt{15}} = \frac{30\sqrt{15}}{15} = 2\sqrt{15}$$

Donc  $x = y = 2\sqrt{15}$

Le triangle  $ABC$  est donc rectangle isocèle et les côtés de l'angle droit mesurent  $2\sqrt{15}$

**Exercice 3 :**

1. Si la variable  $n$  reçoit le nombre 2

$i$  reçoit 1  
 $j$  reçoit 1

$i$  reçoit 2  
 $j$  reçoit  $1 \times 2$

$i$  reçoit 3  
Arrêt des instructions

La valeur de  $j$  affichée à la fin du programme est 2.

2. Si la variable  $n$  reçoit le nombre 3

$i$  reçoit 1  
 $j$  reçoit 1

$i$  reçoit 2  
 $j$  reçoit  $1 \times 2$

$i$  reçoit 3  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3$

$i$  reçoit 4  
Arrêt des instructions

La valeur de  $j$  affichée à la fin du programme est 6.

3. Si la variable  $n$  reçoit le nombre 5

$i$  reçoit 1  
 $j$  reçoit 1

$i$  reçoit 2  
 $j$  reçoit  $1 \times 2$

$i$  reçoit 3  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3$

$i$  reçoit 5  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

La valeur de  $j$  affichée à la fin du programme est 120.

4. Si la variable  $n$  reçoit le nombre 7

$i$  reçoit 1  
 $j$  reçoit 1

$i$  reçoit 3  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3$

$i$  reçoit 5  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

$i$  reçoit 7  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$

La valeur de  $j$  affichée à la fin du programme est 5040.

$i$  reçoit 4  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4$

$i$  reçoit 6  
Arrêt des instructions

$i$  reçoit 2  
 $j$  reçoit  $1 \times 2$

$i$  reçoit 4  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4$

$i$  reçoit 6  
 $j$  reçoit  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$

$i$  reçoit 8  
Arrêt des instructions