La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est fortement conseillée pour ce DS.

Partie A (6,5 points) :

On note f la fonction définie par $f : x \mapsto -2(x^2 - 2x - 1)$ et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = 4 - 2(1-x)^2$
3. Déterminer l'image de 0 et en déduire les coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des ordonnées du repère.
4. Déterminer les antécédents de 0 et en déduire les coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des abscisses du repère.
5. Compléter, le tableau des valeurs, ci-dessous : (on donnera les valeurs décimales exactes)

x	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3
$f(x)$									

6. Tracer $\mathcal{C}_f$ dans le repère au verso de la feuille.

Partie B (5,5 points) :

1. A l'aide de la question 2) de la partie A, exprimer $f(x) - f(1)$ en fonction de x.
2. Déterminer le signe de $f(x) - f(1)$ en justifiant correctement.
3. En déduire le maximum de f.
4. En quelle valeur ce maximum est-il atteint ?
5. Dresser (a l'aide de $\mathcal{C}_f$) le tableau des signes de f.
6. Dresser (a l'aide de $\mathcal{C}_f$) le tableau des variations de f.

Partie C (5 points) :

On note g le fonction définie par $g : x \mapsto x + 1$ et $\mathcal{C}_g$ sa représentation graphique dans le même repère.

1. A l'aide de votre calculatrice, conjecturer le nombre de solution de l'équation $f(x) = g(x)$.
2. A l'aide de votre calculatrice, déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près des coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
3. Déterminer les images de 0 et de 2 par la fonction g.
4. Tracer $\mathcal{C}_g$ dans le repère au verso de la feuille.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$

Partie D (3 points) :

1. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à $2x^2 - 3x - 1 = 0$
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $2x^2 - 3x - 1 = 2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{17}{16}\right]$
3. Résoudre l'équation $2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{17}{16}\right] = 0$
4. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$
5. En déduire les coordonnées exactes des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Partie Bonus :

On note $h : x \mapsto 4(x-1)^2 - 9$ et $k : x \mapsto 4x^2 - 25$
Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_h$ et $\mathcal{C}_k$.

The End !

Titre :