

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

La calculatrice est fortement conseillée pour ce DS.

Exercice 1 : (10 pts)

On note (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) un repère orthonormé du plan.

$A(-2; 3)$, $B(1; -3)$ et $C(5; -1)$ sont trois points du repère.

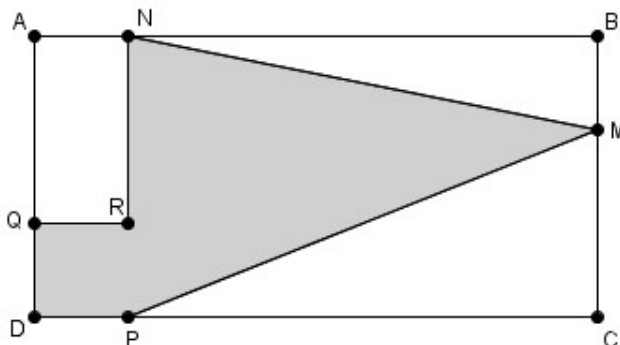
1. Déterminer les longueurs AB , BC et AC
2. Montrer que ABC est un triangle rectangle.
3. Déterminer les coordonnées de K centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
4. On note $D(0; -1)$ un point de $[AB]$ et E le point de $[AC]$ tel que $(DE) \parallel (BC)$.
 - (a) Faire une figure.
 - (b) Calculer la valeur exacte de AD
 - (c) Calculer les valeurs exactes de DE et AE
 - (d) Calculer la mesure de l'angle \widehat{BAC} au degré près.
 - (e) Déterminer la mesure des angles \widehat{BCA} et \widehat{DEA} au degré près.
 - (f) Calculer l'aire du triangle ADE
 - (g) Quel est le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle ADE au triangle ABC ?
 - (h) Calculer l'aire du triangle ABC en utilisant ce coefficient d'agrandissement.

Exercice 2 : (10 pts)

On note (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) un repère orthonormé du plan.

$A(-1; 1)$, $B(3; 5)$ et $C(5; 3)$ sont trois points du repère.

1. Calculer les coordonnées de K milieu de $[AC]$
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. On note $D(1; -1)$ dans le même repère.
 - (a) Démontrer que $ABCD$ est un rectangle de longueur $4\sqrt{2}$ et de largeur $2\sqrt{2}$.
 - (b) On note N un point de $[AB]$, M un point de $[BC]$, P un point de $[CD]$ et Q un point de $[AD]$ tel que $AN = DM = DP = DQ = x$ avec x un réel.



On note f la fonction définie par $f : x \mapsto \text{Aire}_{NMPDQ}$

- i. Quel est l'ensemble de définition de f ?
- ii. Démontre que pour tout $x \in \mathbb{D}_f$, on a $f(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 8$
- iii. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{D}_f$, on a $f(x) = \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{15}{2}$
- iv. Calculer $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- v. Déterminer pour tout $x \in \mathbb{D}_f$, l'expression de $f(x) - f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- vi. Déterminer le signe de $f(x) - f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (Justifiez)
- vii. Déterminer le minimum de f et pour quelle valeur il est atteint?