Exercice 1 : (5 pts)

1. $f(x)$ existe si et seulement si :
   $x^2 - 5 \neq 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \sqrt{5}$ ou $x \neq -\sqrt{5}$ donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}}$
2. $g(x)$ existe si et seulement si :
   $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$ donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}}$
3. $h(x)$ existe si et seulement si :
   $x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$ donc $\boxed{D_h = [4; +\infty[}$

Exercice 2 : (5 pts)

1. $\boxed{D_{f_1} = [-4; 4]}$
2. L'image de -1 par f_1 est $\boxed{1}$.
3. Les antécédents éventuels de 1 par f_1 sont $\boxed{-1}$ et $\boxed{4}$.
4. $\boxed{f_1(4) = 1}$ et $\boxed{f_1(-4) = 0}$
5. $f_1(x) = 0 \Leftrightarrow \boxed{x \in \{-4; -1, 5\}}$
6. $f_1(x) \leq 1 \Leftrightarrow \boxed{x \in [-4; -1] \cup \{4\}}$
7. $f_1(x) > 3 \Leftrightarrow \boxed{x \in]-0,5; 1[}$

Exercice 3 : (5 pts)

On note f_2 la fonction définie par $f_2 : x \mapsto -4x^2 - 12x + 16$

1. $f_2(x)$ existe popur toutes les valeurs de x réelles donc $\boxed{D_{f_2} = \mathbb{R}}$
2. Pour tout $x \in D_{f_2}$, on a $f_2(x) = 25 - (2x + 3)^2$
   $25 - (2x + 3)^2 = 25 - (4x^2 + 12x + 9) = 25 - 4x^2 - 12x - 9 = -4x^2 - 12x + 16 = f_2(x)$
   donc pour tout $x \in D_{f_2}$, on a bien $\boxed{f_2(x) = 25 - (2x + 3)^2}$
3. $f_2(0) = -4(0)^2 - 12(0) + 16 = 16$
   L'image de 0 par f_2 est $\boxed{16}$
4. $f_2(x) = 25 \Leftrightarrow 25 - (2x + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow (2x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{2}$
   L'antécédents de 25 par f_2 est $\boxed{-\dfrac{3}{2}}$
5. D'après la question précédente $\boxed{f_2\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 25}$
6. $f_2(x) = 16 \Leftrightarrow -4x^2 - 12x + 16 = 16 \Leftrightarrow -4x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow -4x(x + 3) = 0$
   $\Leftrightarrow -4x = 0$ ou $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -3$ donc $\boxed{S = \{-3; 0\}}$

Exercice 4 : (3 pts)

1. $\boxed{D_{f_3} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}}$
2. Si x reçoit la valeur 2 alors :
   y reçoit $2+1=3$ puis y reçoit $\dfrac{1}{3}$ ensuite y et enfin $\dfrac{1}{3} \times (2-5) = -1$
   Donc l'ordinateur affiche la valeur -1.
3. Si l'ordinateur affiche la valeur 1 :
   On remarque qu'alors $x+1 = x-5 \Leftrightarrow 6 = 0$ ce qui est impossible.
   Il n'y a aucun nombre possible pour x donnant 1 à l'affichage.
4. Si l'ordinateur affiche la valeur 2 :
   On remarque qu'alors $2(x+1) = x-5 \Leftrightarrow 2x+2 = x-5 \Leftrightarrow x = -7$
   Pour obtenir 2 à l'affichage, il faut entrr la valeur -7
5. $\boxed{f_3 : x \mapsto \dfrac{x-5}{x+1}}$

Exercice 5 : (2 pts)

1. Algorithme de f_4 :

   <u>Déclaration</u> :
   • On note x un nombre réel avec $x \neq -5$
   <u>Initialisation</u> :
   • Donner une valeur à x
   <u>Traitement</u> :
   • x reçoit $x+5$
   • x reçoit $\dfrac{2}{x}$
   • x reçoit $1+x$
   • Afficher la valeur de x

2. Algorithme de f_5 :

   <u>Déclaration</u> :
   • On note x un nombre réel
   <u>Initialisation</u> :
   • Donner une valeur à x
   <u>Traitement</u> :
   • x reçoit $x+1$
   • x reçoit $(x+1)^2$
   • x reçoit $-4x$
   • x reçoit $5+x$
   • Afficher la valeur de x

Exercice supplémentaire :

On note f_6 la fonction définie par $f_6 : x \mapsto \dfrac{2x-5}{3x+4}$

1. $f_6(-2\sqrt{3}) = \dfrac{2(-2\sqrt{3})-5}{3(-2\sqrt{3})+4} = \dfrac{-4\sqrt{3}-5}{-6\sqrt{3}+4} = \dfrac{-4\sqrt{3}-5}{-6\sqrt{3}+4} \times \dfrac{-6\sqrt{3}-4}{-6\sqrt{3}-4} = \dfrac{72+16\sqrt{3}+30\sqrt{3}+20}{108-16}$
   $= \dfrac{92+46\sqrt{3}}{92} = \dfrac{46+23\sqrt{3}}{46} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$ donc $\boxed{f_6(-2\sqrt{3}) = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2}}$
2. $f_6(x) = \sqrt{2} \Leftrightarrow 2x-5 = \sqrt{2}(3x+4) \Leftrightarrow 2x-5 = 3\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}$
   $\Leftrightarrow (2-3\sqrt{2})x = 5+4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{5+4\sqrt{2}}{2-3\sqrt{2}} = \dfrac{(5+4\sqrt{2})(2+3\sqrt{2})}{(2-3\sqrt{2})(2+3\sqrt{2})} = \dfrac{10+15\sqrt{2}+8\sqrt{2}+24}{4-18} = \dfrac{34+23\sqrt{2}}{-14}$
   donc $\boxed{x = -\dfrac{34+23\sqrt{2}}{14}}$