

Exercice 1 :

$$A = \frac{7 \times (10^{10})^3 \times 5 \times 10^{-40}}{7 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-10}} = \frac{7 \times 5 \times 10^{30} \times 10^{-40}}{7 \times 1 \times 10^{11} \times 10^{-11}} = 5 \times \frac{10^{-10}}{10^1} = 5 \times 10^{-11} = \frac{5}{10^{11}} \in \mathbb{D}$$

$$B = \frac{1}{30} - \frac{1}{5} - 2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{30} - \frac{1}{5} - 2 \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12} \right) = \frac{1}{30} - \frac{6}{30} - \frac{10}{12} = -\frac{5}{30} - \frac{10}{12} = -\frac{1}{6} - \frac{10}{12} = -\frac{12}{12} = -1 \in \mathbb{Z}$$

$$C = 3 - 1, 242424$$

On note $x = 1, 242424$ alors $100x = 124, 2424$ donc $100x - x = 124, 2424 - 1, 242424 = 123$

$$\text{donc } 99x = 123 \text{ donc } x = \frac{123}{99} = \frac{41}{33}$$

$$\text{On a donc } C = 3 - \frac{41}{33} = \frac{99}{33} - \frac{41}{33} = \frac{58}{99} \in \mathbb{Q}$$

Exercice 2 :

$$\begin{aligned} D &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{1-\sqrt{3}} + 2\sqrt{3} = \frac{2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} + 2\sqrt{3} = \frac{2(3+2\sqrt{3}+1)}{1-3} + 2\sqrt{3} \\ &= \frac{2(4+2\sqrt{3})}{-2} + 2\sqrt{3} = \frac{(4+2\sqrt{3})}{-1} + 2\sqrt{3} = -4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = -4 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$E = 9 \left(\frac{1-\sqrt{7}}{3} \right)^2 + 2\sqrt{7} = 9 \times \frac{1-2\sqrt{7}+7}{9} + 2\sqrt{7} = 1 - 2\sqrt{7} + 7 + 2\sqrt{7} = 8 \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} F &= 5 \times \sqrt{1 + \frac{3}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{5}} = 5 \times \sqrt{\left(1 + \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right)} = 5 \times \sqrt{1^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 5 \times \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \\ &= 5 \times \sqrt{\frac{25}{25} - \frac{9}{25}} = 5 \times \sqrt{\frac{16}{25}} = 5 \times \frac{4}{5} = 4 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Diviseurs de 2622 :

1; 2; 3; 6; 19; 23; 38; 46; 57; 69; 114; 138; 437; 874; 1311; 2622

Diviseurs de 2530 :

1; 2; 5; 10; 11; 22; 23; 46; 55; 110; 115; 230; 253; 506; 1265; 2530

Diviseurs communs aux deux nombres :

1; 2; 23 et 46

Voilà toutes les possibilités pour faire les paquets :

1. Un paquet avec 2622 oeufs et 2530 poissons
2. Deux paquets avec 1311 oeufs et 1265 poissons
3. Vingt-trois paquets avec 114 oeufs et 110 poissons
4. Quarante-six paquets avec 57 oeufs et 55 poissons

Exercice 4 :

$$G = 568974189 \times 568974191 - 568974190^2$$

$$\text{On note } x = 568974190 \text{ alors } G = (x-1)(x+1) - x^2 = x^2 - 1 - x^2 = -1$$

$$H = 4781521^2 - 4781519^2$$

On note $y = 4781520$ alors

$$H = (y+1)^2 - (y-1)^2 = (y^2 + 2y + 1) - (y^2 - 2y + 1) = y^2 + 2y + 1 - y^2 + 2y - 1 = 4y = 19126080$$