

Chapitre 2

Triangles Isométriques - Triangles semblables

- 1. Quelques rappels du collège*
- 2. Définitions et vocabulaire*
- 3. Triangles isométriques*
- 4. Triangles semblables*
- 5. Applications*

J'aimais et j'aime
encore les mathéma-
tiques pour elles-mêmes
comme n'admettant
pas l'hypocrisie et le
vague, mes deux bêtes
d'aversion.

Stendhal

1 Quelques rappels du collège

[Pythagore / Thalès / Trigonométrie]

Fiche de rappels  RappelDuCollege01.pdf 

Droites remarquables dans le triangle

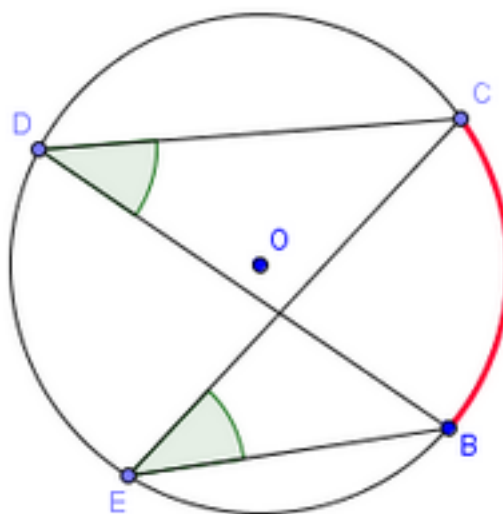
Fiche de rappels  RappelDuCollege02.pdf 

Symétries / Translations / Rotations

Fiche de rappels  RappelDuCollege03.pdf 

1.1 Les angles inscrits dans un cercle

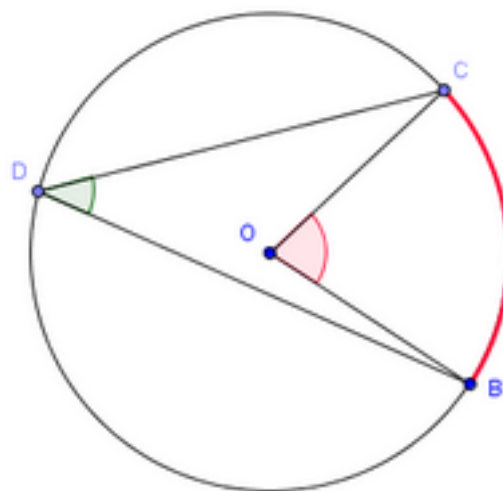
Si deux angles inscrits sur un cercle, interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.



$$\widehat{CDB} = \widehat{CEB}$$

1.2 Les angles inscrits et les angles au centre

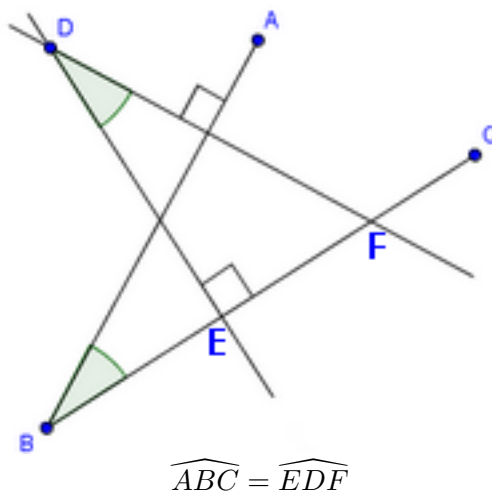
Si un angle inscrit intercepte le même arc qu'un angle au centre, alors sa mesure est la moitié de celle de celui-ci.



$$\widehat{CDB} = \frac{1}{2} \widehat{COB}$$

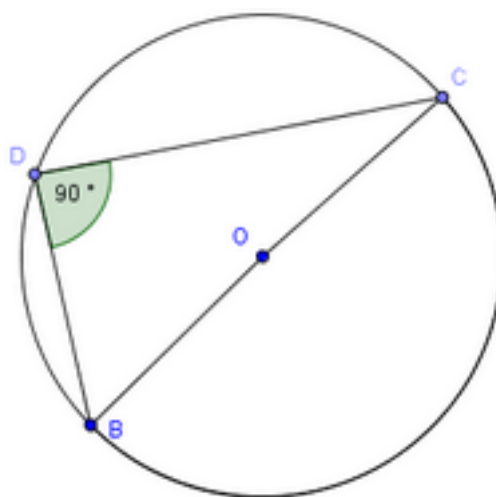
1.3 Angles et perpendiculaires

Si deux angles ont des côtés deux à deux perpendiculaires alors ils ont la même mesure.



1.4 Triangle inscrit dans un demi-cercle

Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors il est rectangle.



DBC est rectangle en D .

2 Définitions et vocabulaire

2.1 Les isométries

Une isométrie est une transformation géométrique qui conserve les distances.

Exemples :

- ▣ Les symétries centrales
- ▣ Les symétries axiales
- ▣ Les translations
- ▣ Les rotations

3 Les triangles isométriques

3.1 Définition

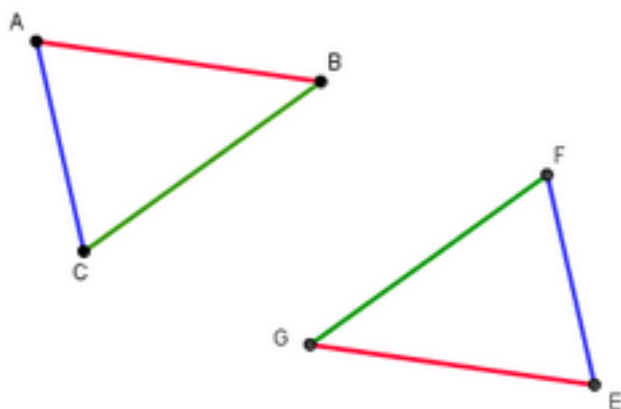
Deux triangles sont isométriques si on peut passer de l'un à l'autre par une isométrie.

Fiche d'activités  ActTriangles01.pdf 

3.2 Les critères d'isométrie

3.2.1 Premier Critère

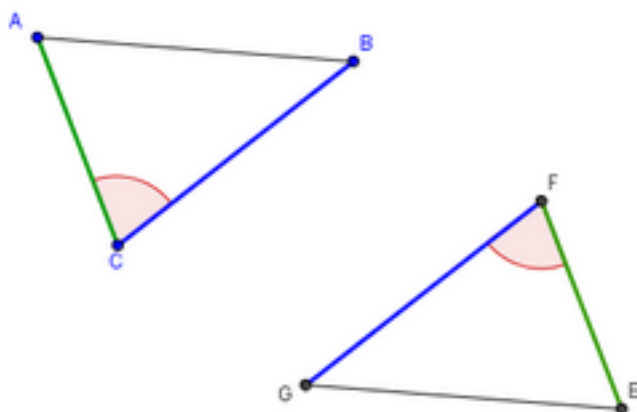
Deux triangles sont isométriques si les côtés de l'un sont égaux aux côtés de l'autre.



$$\begin{cases} AB = GE \\ AC = FE \\ BC = FG \end{cases} \Leftrightarrow ABC \text{ et } EFG \text{ sont isométriques.}$$

3.2.2 Deuxième Critère

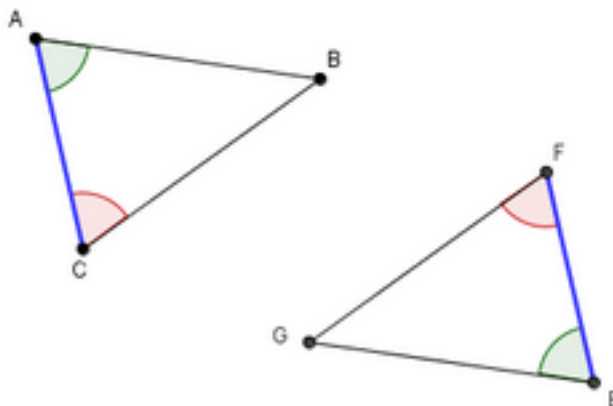
Deux triangles sont isométriques si ils ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur.



$$\begin{cases} \widehat{ACB} = \widehat{GFE} \\ AC = FE \\ BC = FG \end{cases} \Leftrightarrow ABC \text{ et } EFG \text{ sont isométriques.}$$

3.2.3 Troisième Critère

Deux triangles sont isométriques si ils ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement de même mesure.



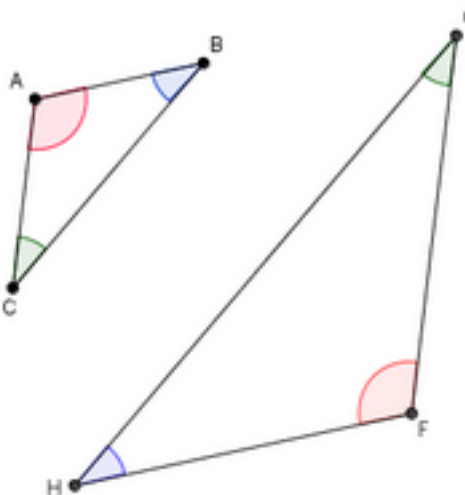
$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BAC} = \widehat{GEF} \\ \widehat{ACB} = \widehat{GFE} \\ AC = FE \end{array} \right. \Leftrightarrow ABC \text{ et } EFG \text{ sont isométriques.}$$

4 Les triangles semblables

Fiche d'activités  ActTriangles01.pdf 

4.1 Définition

Deux triangles sont semblables si les angles de l'un ont la même mesure que les angles de l'autre.



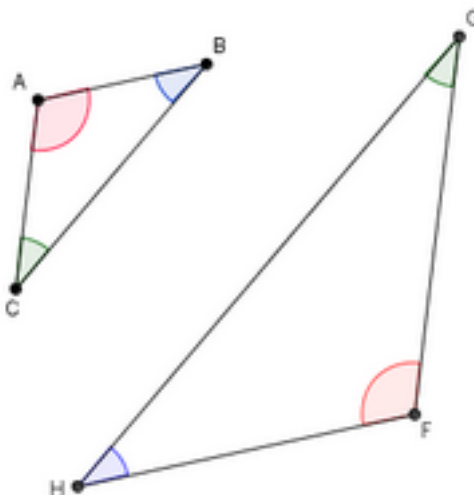
$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{ABC} = \widehat{FHG} \\ \widehat{BAC} = \widehat{HFG} \\ \widehat{ACB} = \widehat{HGF} \end{array} \right. \Leftrightarrow ABC \text{ et } FGH \text{ sont semblables.}$$

4.2 Conséquence

Les triangles isométriques sont semblables mais les triangles semblables ne sont pas forcément isométriques.

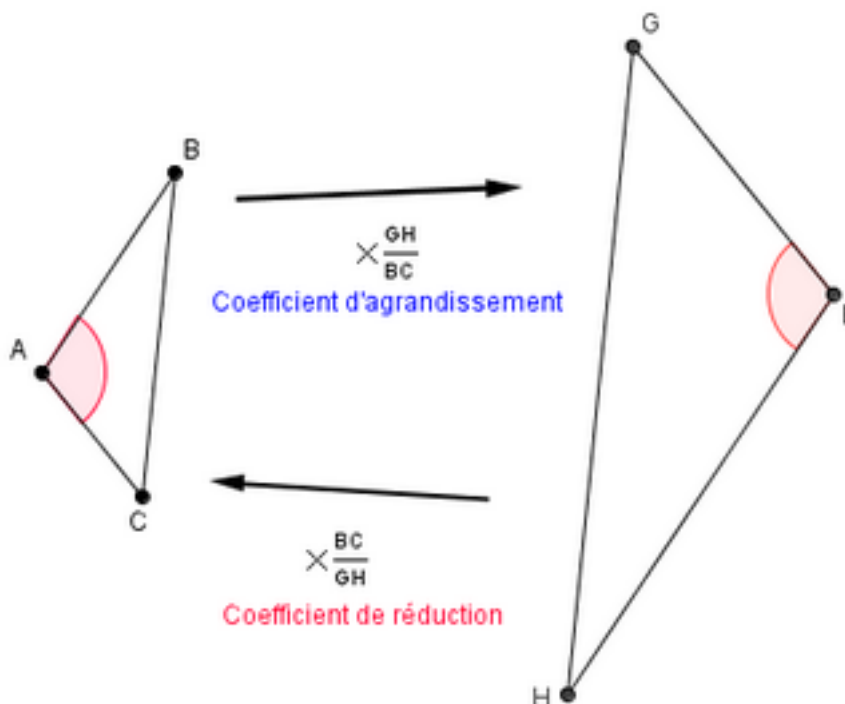
4.3 Théorème

Si deux triangles sont semblables alors les côtés opposés aux angles égaux ont des longueurs proportionnelles.

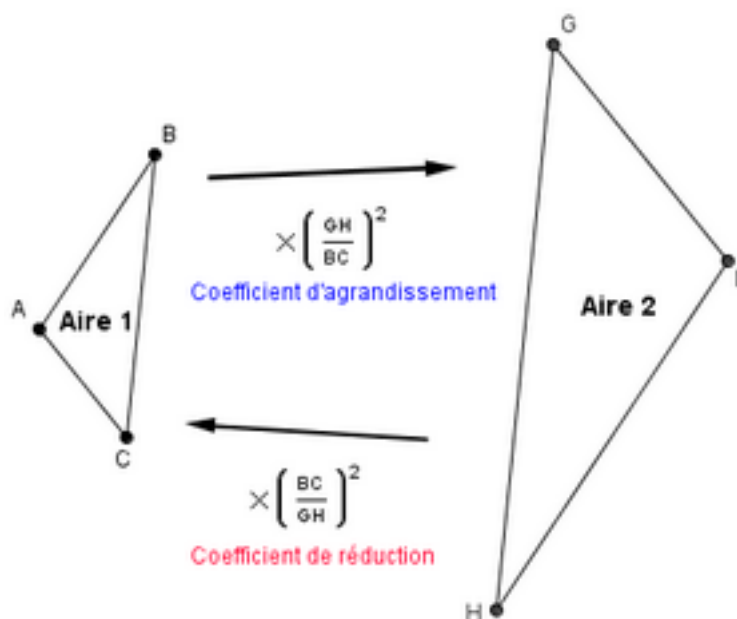


$$ABC \text{ et } EFG \text{ sont semblables alors } \frac{AB}{HF} = \frac{AC}{GF} = \frac{BC}{HG} \text{ ou } \frac{HF}{AB} = \frac{GF}{AC} = \frac{HG}{BC}$$

4.3.1 Conséquence pour les longueurs



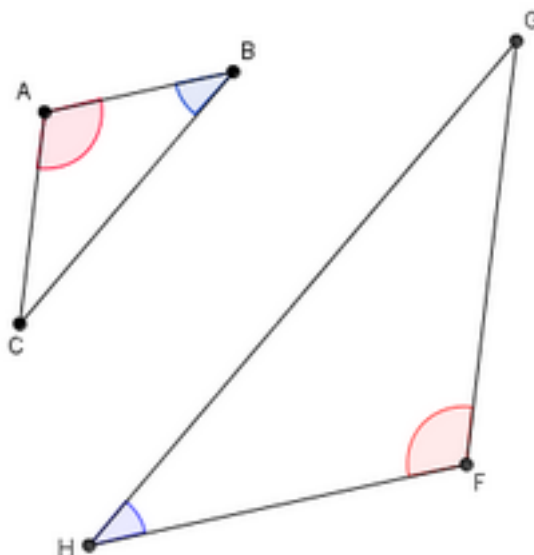
4.3.2 Conséquence sur les aires



4.4 Les critères de similitude

4.4.1 Premier critère

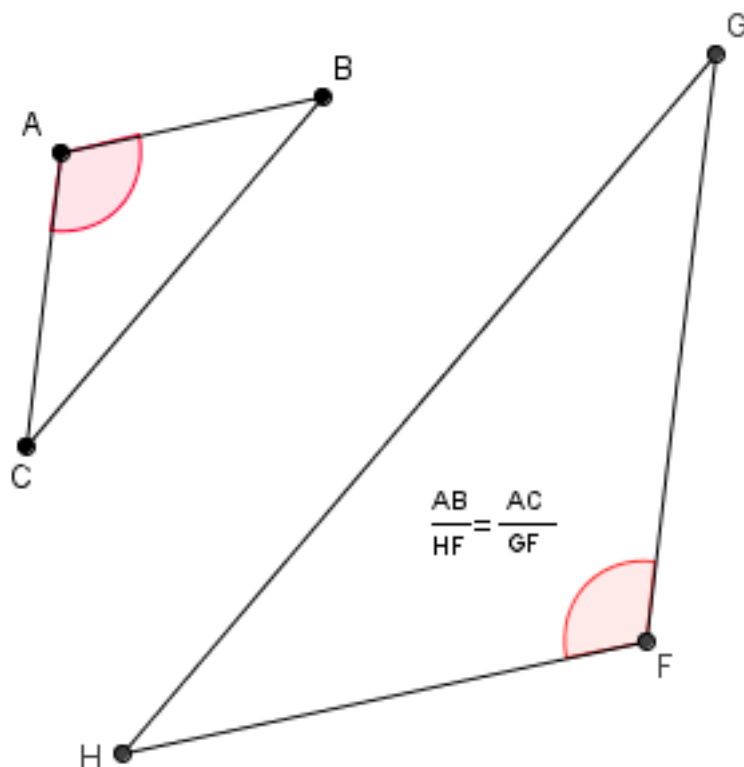
Deux triangles sont semblables si deux angles de l'un ont la même mesure que deux angles de l'autre.



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{CAB} = \widehat{GFH} \\ \widehat{ABC} = \widehat{GHE} \end{array} \right\} \Leftrightarrow ABC \text{ et } EFG \text{ sont semblables.}$$

4.4.2 Deuxième critère

Deux triangles sont semblables si un angle de l'un est égal à un angle de l'autre et que le rapport des deux côtés adjacents à cet angle est égal au rapport des côtés homologues alors ils sont semblables.



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{CAB} = \widehat{HFG} \\ \frac{AB}{HF} = \frac{AC}{GF} \end{array} \right. \Leftrightarrow ABC \text{ et } EFG \text{ sont semblables.}$$