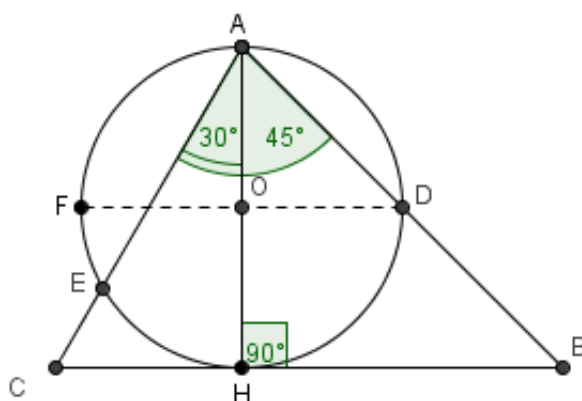


La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.



Sur la figure ci-dessus, ABC est un triangle, H est le projeté orthogonal de A sur $[BC]$. De plus $\widehat{BAH} = 45^\circ$, $\widehat{HAC} = 30^\circ$ et $AH = 6$ cm. Le cercle \mathcal{C} de diamètre $[AH]$ et de centre O coupe (AB) en D et (AC) en E .

Quelques résultats à utiliser :

	$\cos(\widehat{ABC})$	$\sin(\widehat{ABC})$	$\tan(\widehat{ABC})$
$\widehat{ABC} = 30^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\widehat{ABC} = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Dans toutes les questions ci-dessous :

- Ne pas oublier de simplifier les résultats
 - Ne pas donner une valeur approchée mais seulement des valeurs exactes.
 - Faire les calculs en utilisant les résultats du tableau ci-dessus sans utiliser votre calculatrice.
1. (a) Calculer la valeur exacte de AB et AC
 (b) Démontrer que le triangle AEH est rectangle en E .
 (c) Montrer que $AE = 3\sqrt{3}$ cm.
 2. (a) Démontrer que $\widehat{AHE} = \widehat{ADE} = 60^\circ$
 (b) Démontrer que BAC et EAD sont semblables.
 (c) En déduire que $\frac{\sqrt{6}}{4}$ est le rapport de réduction qui fait passer du triangle BAC au triangle EAD .
 3. (a) Calculer les valeurs exactes de BH et HC .
 (b) Calculer une valeur exacte de BC .
 (c) En déduire que $DE = \frac{3}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ cm.
 4. On note F le point diamétralement opposé à D sur le cercle \mathcal{C} .
 (a) Calculer la mesure de \widehat{FDE}
 (b) Démontrer que $\widehat{DFE} = 75^\circ$.
 (c) En déduire que $\sin(75^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$