Exercice 1

Etudier le sens de variation des suites ci-dessous :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \dfrac{3^n}{n}$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \dfrac{6+n}{n}$
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 - 2\sqrt{n+1}$
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2 - 4n + 1$
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{2^n}{n+1}$
6. $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_{n-1} + \dfrac{1}{n}$
7. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2n^2 - 8n + 11$
8. Pour tout $n \geq 1$, $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
9. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n - n$
10. $v_0 = -3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n^2 + v_n + 1$
11. Pour tout $n \geq 2$, $u_n = \dfrac{3^n \times n}{2^{n-2}}$

Exercice 3

On note $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ les deux suites définies par :
$u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$ et $v_n = u_n + \dfrac{1}{n}$

1. Démontrer que pour tout $n \geq 1$ on a : $v_n > u_n$
2. Démontrer que (u_n) est croissante.
3. Démontrer que (v_n) est décroissante.
4. En déduire que (u_n) et (v_n) sont bornées.

Exercice 4

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$.

On note $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ les deux suites définies par :
$u_n = S_{2n}$ et $v_n = S_{2n+1}$

1. (S_n) est elle croissante, décroissante ?
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, calculer $S_{2n} - S_{2n+1}$
3. Démontrer que pour tout $n \geq 1$ on a : $u_n > v_n$
4. Démontrer que (u_n) est croissante.
5. Démontrer que (v_n) est décroissante.
6. En déduire que (u_n) et (v_n) sont bornées.