Introduction aux Nombres dérivés.	Méthode 02
Première S	

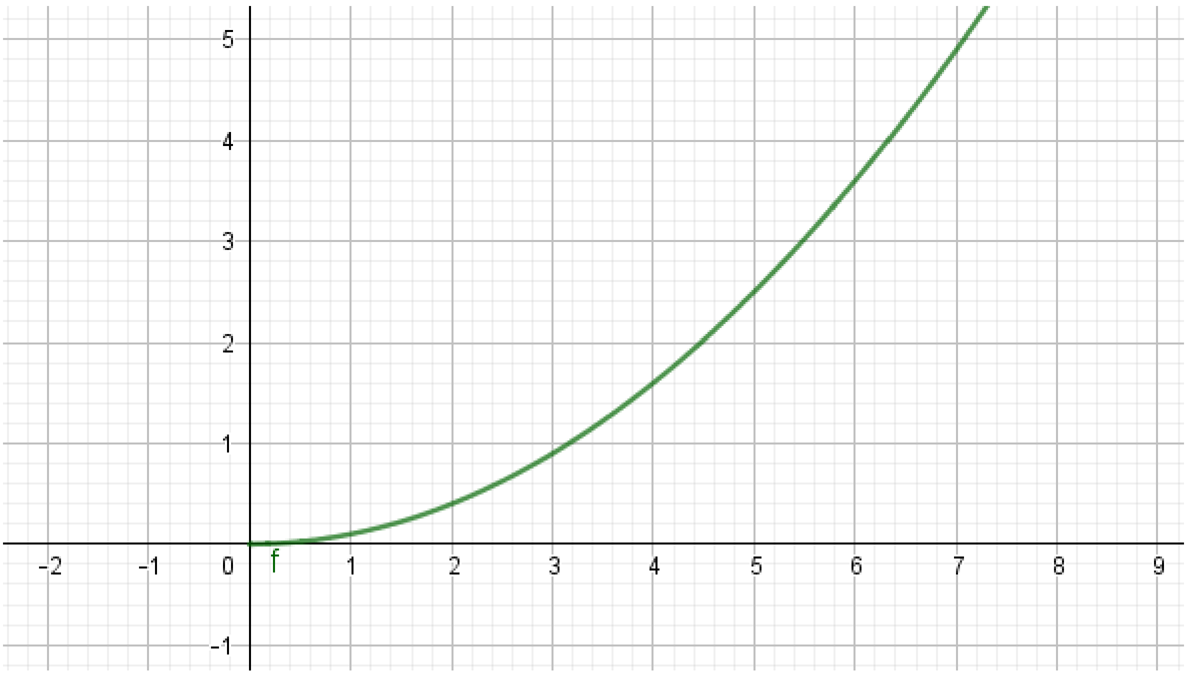
I. Vitesse moyenne entre deux points (dans un exemple).

On nomme $dist$ la fonction qui à t lui associe la distance parcourue par un mobile en fonction du temps t .

$$dist : t \mapsto dist(t)$$

On suppose dans cette première partie que la distance est donnée par l'expression ci-dessous :

$dist : t \mapsto 0,1t^2$ où t est en heures et $dist(t)$ est en kilomètres.



- Calculer la distance parcourue par le mobile au bout de 2 heures.

$dist(2) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- Calculer la distance parcourue par le mobile au bout de 5 heures.

$dist(5) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- En déduire la vitesse moyenne du mobile entre 2 heures et 5 heures que l'on note $Vm_{[2;5]}$.

$Vm_{[2;5]} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

II. Vitesse moyenne entre deux points (Généralité).

On nomme f la fonction qui à t lui associe la distance parcourue par un mobile en fonction du temps t .

$$f : t \mapsto f(t)$$

- Déterminer la vitesse moyenne du mobile entre t_A heures et t_B heures que l'on note $Vm_{[t_A;t_B]}$.

$$Vm_{[t_A;t_B]} = \text{...}$$

III. Vitesse instantanée en un point.

On cherche maintenant à déterminer la vitesse du mobile à un instant t_A donné et pas une moyenne entre deux instants.

On va partir comme si on voulait calculer la vitesse moyenne entre deux instant t_A et t_B et ensuite on va déterminer cette vitesse lorsque l'on rapproche t_B de t_A en étant très très proche mais sans jamais l'atteindre.

On nomme f la fonction qui à t lui associe la distance parcourue par un mobile en fonction du temps t .

- Déterminer la vitesse moyenne du mobile entre t_A heures et t_B heures.

$$Vm_{[t_A;t_B]} = \text{...}$$

- On note h l'écart entre t_A et t_B. On a donc $h = |t_B - t_A|$

- Exprimer t_B en fonction de t_A et h (On considère que $t_B > t_A$)..

$$t_B = \text{.................................}$$

- A l'aide des deux formules ci-dessus, déterminer $Vm_{[t_A;t_B]}$ en fonction de t_A , f et h.

$$Vm_{[t_A;t_B]} = \text{...}$$

- Lorsque le temps t_B se rapproche du temps t_A, que se passe-t-il pour h ?

On écrira que lorsque $t_B \to t_A$ alors $h \to ....$
Lorsque h se rapproche de 0 alors théoriquement, $Vm_{[t_A;t_B]}$ va se rapprocher de la vitesse ………………………….. en …….. que l'on nomme la limite (lim) de $Vm_{[t_A;t_B]}$ lorsque h tend vers 0.
Mathématiquement cela se traduit par

$$\text{Lorsque } h \to 0 \text{ alors } Vm_{[t_A;t_B]} \to \lim_{h \to ....} Vm_{[t_A;t_B]} = \lim_{h \to ....} ....$$

Quelles conditions sur h doit-on avoir ?

- On note $df(t_A)$ la vitesse instantanée du mobile en t_A, alors d'après les questions précédentes :

$df(t_A) = ...$

Appeler votre prof pour valider votre réponse.

-

.

IV. Applications.

On note $f : t \mapsto 2(t+1)^2 + 1$, où $f(t)$ représente la distance parcourue par un mobile en fonction du temps t.
On souhaite déterminer la vitesse instantanée du mobile au temps $t_A = 3$ heures.

On note h un nombre réel différent de 0.

- Déterminer $f(t_A + h)$ en fonction de h.

- Déterminer $f(t_A)$

- Déterminer $Vm_{[t_A;t_A+h]}$ en fonction de h.

- Lorsque $h \to 0$ que devient $Vm_{[t_A;t_A+h]}$?

- Déterminer $df(t_A)$

V. Exercice

On note $f : t \to 100t^2 + t + 500$ qui représente la distance parcourue en m, par un mobile en fonction du temps en heures.

- Déterminer la vitesse instantanée du mobil au temps $t_A = 3\,mn$ (en $m.h^{-1}$)

- Déterminer la vitesse instantanée du mobil au temps $t_A = 5\,mn$ (en $m.s^{-1}$)