

**Compétences du lycée :**

Chercher :	AA	A	EA	NA	Modéliser :	AA	A	EA	NA	Représenter :	AA	A	EA	NA
Calculer :	AA	A	EA	NA	Raisonner :	AA	A	EA	NA	Communiquer :	AA	A	EA	NA

**Exercice 1 (Approfondissement) :**

On note  $P$  le polynôme  $P_1(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$

1. Montrer que 1 est une racine de  $P_1$ .
2. Déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres réels tels que  $P_1(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ .
3. Résoudre  $P_1(x) \geq 0$

**Exercice 2 (Approfondissement) :**

On note  $P$  le polynôme  $P_2(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

1. Démontrer que 1 et  $-1$  sont des racines de  $P_2$
2. Déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres réels tels que  $P_2(x) = (x - 1)(x + 1)(ax^2 + bx + c)$ .
3. Résoudre  $P_2(x) < 0$

**Exercice 3 (Approfondissement) :**

On note  $P$  le polynôme  $P(x) = 4x^2 - (\sqrt{6} + 4\sqrt{3})x + \sqrt{18}$

1. Montrer que  $\frac{\sqrt{6}}{4}$  est une racine de  $P$ .
2. Trouver les autres racines et factoriser  $P$ .

**Exercice 4 (Approfondissement) :**

On note  $P$  le polynôme  $P(x) = x^5 - x^4 - 7x^3 + x^2 + 6x$

1. Montrer que 1,  $-1$  et 0 sont des racines du polynôme  $P$ .
2. Déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres réels tels que  $P(x) = x(x - 1)(x + 1)(ax^2 + bx + c)$ .
3. En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}^+$ , de l'équation suivante :

$$x^{\frac{5}{2}} - x^2 - 7x^{\frac{3}{2}} + x + 6\sqrt{x} = 0$$

4. En déduire toutes les solutions dans  $\mathbb{R}$ , de l'équation suivante :

$$-x^5 - x^4 + 7x^3 = -x^2 + 6x$$

**Exercice 5 (Approfondissement) :**

Soit  $k$  un nombre réel. On considère le polynôme suivant :

$$P(x) = 2x^3 + (k - 4)x^2 - 2k(1 + 3k)x + 12k^2$$

Déterminer les valeurs de  $k$  telles que :

1. 1 soit une solution de  $P$ .
2. 2 soit une solution de  $P$ .
3. Factoriser le polynôme  $P$  en produit de polynômes du premier degré.

**Exercice 6 (Approfondissement) :**

Trouver un polynôme  $P$  de degré 3 tel que :  $P(x + 1) - P(x) = (x - 1)(x + 1)$

En déduire en fonction de  $n$  la valeur de la somme :

$$S_n = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + (n - 2)n$$

Cas particulier : Calculer cette somme si  $n = 100$ .