Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^4$

1. Démontrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a $a^4 - b^4 = (a-b)(a+b)(a^2+b^2)$
2. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
3. Étudier la parité de f. En déduire le sens de variations de f sur $]-\infty; 0]$.

Exercice 2 :

Le but de cet exercice est de comparer les deux focntions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

1. Calculer $f(x) - g(x)$.
2. En déduire l'intervalle sur lequel on a $f \geq g$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Étudier la parité de la fonction f.
3. Démontrer que f admet un maximum $M = 2$. (On pourra étudier le signe de $[f(x)]^2 - 4$)

Exercice 4 :

1. On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 3$.
   Trouver a,b et c trois réels tels que $f(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$.
2. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$ telle que $g(x) = \dfrac{x-6}{x^2+3x-4}$.
   Trouver a et b deux réels tels que $g(x) = \dfrac{a}{x+4} + \dfrac{b}{x-1}$.