

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

**La calculatrice est autorisée pour ce devoir**

### Exercice 1:

Étudier les variations des suites suivantes :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est définie par  $u_n = 2^n - n$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est définie par  $v_{n+1} = v_n^2 + v_n + 1$  et  $v_0 = -3$
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est définie par  $w_n = \frac{n}{3^n}$

### Exercice 2:

Tracer dans deux repères différents ( voir verso ), les 3 premiers termes des suites ci-dessous :

- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est définie par  $u_n = \sqrt{3 - u_{n-1}}$  et  $u_0 = \frac{1}{2}$
- Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est définie par  $v_n = -3(n-2)^2 + 7$

### Exercice 3:

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 6$  et  $u_{n+1} = \frac{4u_n - 6}{u_n - 1}$

On admet que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \neq 2$  et  $u_n \neq 1$

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. On note  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$   
Calculer  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
3. Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .
4. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
5. Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2v_n - 3}{v_n - 1}$ .
6. En déduire une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
7. La suite  $(u_n)$  est-elle convergente ? Si oui, quelle est sa limite ?

### Exercice 4:

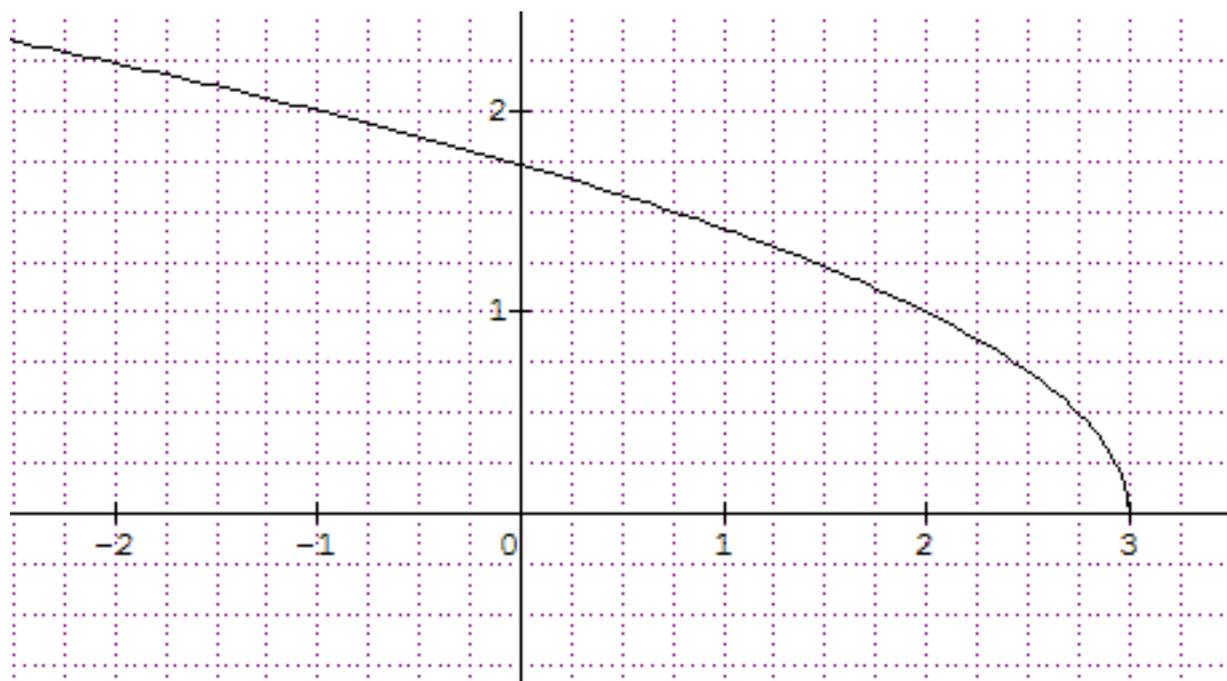
Après avoir identifié si on utilise une somme de termes de suites géométriques ou arithmétiques, calculer les sommes ci-dessous :

1.  $S_1 = 1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \dots + 8\sqrt{2}$
2.  $S_2 = 1 + x + x^2 + \dots + x^{50}$
3.  $S_3 = a + 2a + 3a + 4a + \dots + 275a$

Exercice bonus: Pour ceux qui ont encore du temps !!

Étudier la convergence de la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = \frac{3 \sin(n) + 2 \cos(n) + 5n}{n}$

Courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{3-x}$



Courbe représentative de la fonction  $g : x \mapsto -3(x-2)^2 + 7$

