Exercice 1:

ATTENTION : Les unités de l'axe des abscisses et de l'axe des ordonnées, étaient différentes !!!!!!!

1. On trouve graphiquement $\boxed{f(0)=-2}$, $\boxed{f(3)=2}$ et $\boxed{f(-4)=0}$

2. On trouve graphiquement $\boxed{f'(-2)=0}$, $\boxed{f'(0)=\dfrac{2}{3}}$ et $\boxed{f'(-4)=-3}$

3. L'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x=5$ est de la forme :
   $y=f'(5)(x-5)+f(5)$ avec $f'(5)=-1$ et $f(5)=1$ donc l'équation est :
   $y=-(x-5)+1=-x+5+1=-x+6$
   L'équation de la tangente est : $\boxed{y=-x+6}$

4. $f(x)=-2 \Leftrightarrow \boxed{S=\{-3;0\}}$

5. $f'(x)=0 \Leftrightarrow \boxed{S=\{-2;3\}}$

Exercice 2:

1. On note $h\in]-1;0[\cup]0;1[$
   $\tau_{[22;h]}(f)=\dfrac{f(22+h)-f(22)}{h}=\dfrac{\sqrt{25+h}-\sqrt{25}}{h}=\dfrac{25+h-h}{h(\sqrt{25+h}+\sqrt{25})}=\dfrac{1}{\sqrt{25+h}+5}$
   donc f est dérivable en 22 et $f'(22)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{25+h}+5}=\dfrac{1}{10}$ donc $\boxed{f'(22)=\dfrac{1}{10}}$

2. $\sqrt{24,999}=\sqrt{21,999+3}=f(21,999)$
   On cherche donc une approximation affine de f en $21,999$ qui est proche de 22.
   On sait que si x est proche de 22 alors $f(x)\approx f'(22)(x-22)+f(22)$
   donc si x est proche de 22 alors $f(x)\approx\dfrac{1}{10}(x-22)+\sqrt{25}$
   donc $f(21,999)\approx\dfrac{1}{10}(21,999-22)+5$ donc $\sqrt{24,999}\approx\dfrac{1}{10}\times(-0,001)+5=-0,0001+5=4,9999$
   donc $\boxed{\sqrt{24,999}\approx 4,9999}$

Exercice 3:

ATTENTION : Il y a des calculs qu'il faut savoir faire en première S !!!!!!!
Exemple : $(1+\sqrt{5})^2$

1. On sait que $\sin\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$
   De plus $\sin^2\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=1$
   donc $\cos^2\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=1-\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2=1-\dfrac{6+2\sqrt{5}}{16}=\dfrac{10-2\sqrt{5}}{16}$
   donc $\cos\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ ou $\cos\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=-\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$
   or $\dfrac{7\pi}{10}\in\left]\dfrac{\pi}{2};\pi\right[$ donc $\cos\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)<0$
   Conclusion : $\boxed{\cos\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)=-\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}}$

2. ➠ $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{7\pi}{10} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{10}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$

   Conclusion : $\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}}$

   ➠ $\sin\left(\frac{17\pi}{10}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{10} + \pi\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{10}\right) = -\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

   Conclusion : $\boxed{\sin\left(\frac{17\pi}{10}\right) = -\frac{1+\sqrt{5}}{4}}$

Exercice 4:

1. $P(1) = 1^3 + 2 \times 1^2 - 13 \times 1 + 10 = 1 + 2 - 13 + 10 = 0$ donc 1 est racine du polynôme P.

2. Puisque 1 est racine de P alors d'après le théorème de décomposition des polynômes, il existe un polynôme Q de degré 2 tel que $P(x) = (x-1) \times Q(x)$ donc il existe a, b et c trois réels tels que : $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
   $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$
   Par identification avec le polynôme P on trouve que a, b et c vérifient :
   $$\begin{cases} a = 1 \\ b - a = 2 \\ c - b = -13 \\ -c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -10 \end{cases} \quad \text{Donc } P(x) = (x-1)(x^2+3x-10)$$
   Cherchons maintenant les racines de $x^2 + 3x - 10$:
   $\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(1)(-10) = 9 + 40 = 49 = 7^2$
   On a donc $\Delta > 0$ et $x^2 + 3x - 10$ admet deux racines réels distincts :
   $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+7}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-7}{2} = -5$
   Donc $\boxed{\text{les racines de } P \text{ sont } -5, 1 \text{ et } 2}$.

3. D'après la question précédente : $\boxed{P(x) = (x-1)(x-2)(x+5)}$

4. Pour $x \in \mathbb{R}^*$ on a $\frac{1+2x}{x^3} = \frac{13}{x} - 10 \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^2} - \frac{13}{x} + 10 = 0$
   Si on pose le changement de variable $t = \frac{1}{x}$ on doit résoudre :
   $t^3 + 2t^2 - 13t + 10 = 0$ donc on obtient $P(t) = 0$
   On sait que les racines de P sont -5, 1 et 2 donc il reste à résoudre :
   ➠ $\frac{1}{x_1} = -5 \Leftrightarrow x_1 = -\frac{1}{5}$
   ➠ $\frac{1}{x_2} = 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2}$
   ➠ $\frac{1}{x_3} = 1 \Leftrightarrow x_3 = 1$
   On obtient donc : $\boxed{S = \{-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}; 1\}}$

5. On souhaite résoudre $\frac{x^3 + 2x^2 - 13x + 10}{2x^2 + 5} \geq 0$
   ➠ $2x^2 + 5$ n'a pas de racine dans $\mathbb{R}$ et est toujours positif.
   ➠ $P(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = (x-1)(x^2+3x-10)$ sachant que -5 et 2 sont les racines de $x^2 + 3x - 10$
   On peut donc dresser le tableau de signe :

x	$-\infty$		-5		1		2		$+\infty$
$x-1$		-	|	-	0	+	|	+	
$x^2+3x-10$		+	0	-	|	-	0	+	
$2x^2+5$		+	|	+	|	+	|	+	
$\frac{x^3+2x^2-13x+10}{2x^2+5}$		-	0	+	0	-	0	+	

   donc $\boxed{S = [-5; 1] \cup [2; +\infty[}$

Exercice 5:

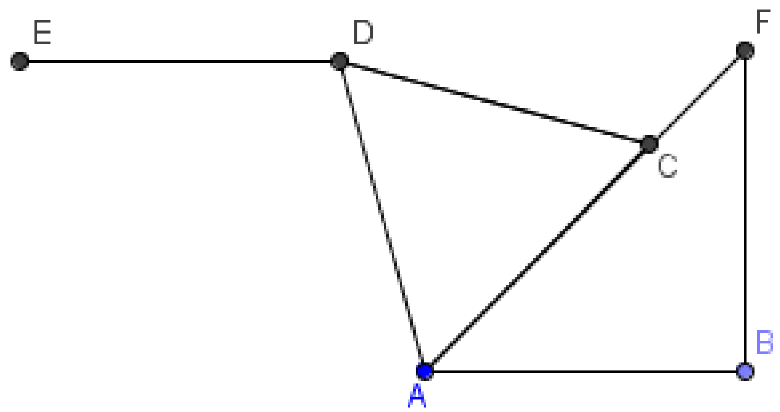
$Q(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et $b^2 - 4ac > 0$
On note x_1 et x_2 les racines de Q alors $Q(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x^2 - xx_2 - x_1x + x_1x_2) = ax^2 - a(x_1x_2)x + ax_1x_2$.
Par identification, on trouve :

$$\begin{cases} -a(x_1 + x_2) = b \\ ax_1x_2 = c \end{cases} \text{ or } a \neq 0 \text{ donc } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Exercice 6:

1. ➠ $\dfrac{17\pi}{3} = \dfrac{18\pi}{3} - \dfrac{\pi}{3} = 6\pi - \dfrac{\pi}{3}$ donc la mesure principale de $\dfrac{17\pi}{3}$ est $\boxed{-\dfrac{\pi}{3}}$

   ➠ $-\dfrac{13\pi}{12} = \dfrac{11\pi}{12} - \dfrac{24\pi}{12} = \dfrac{11\pi}{12} - 2\pi$ donc la mesure prinicpale de $-\dfrac{13\pi}{12}$ est $\boxed{\dfrac{11\pi}{12}}$.
2. Voir la figure ci-dessous



3. L'ensemble des points M est l'ensemble des points de $[AB]$ sans A et B.
4. Les coordonnées polaires de C dans $(A; \overrightarrow{AB})$ sont $\left[1; \dfrac{\pi}{4}\right]$
5. On note $k \in \mathbb{Z}$
   $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE})$
   $= (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}) + 2k\pi$
   $= \dfrac{\pi}{4} + \pi + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) + \pi + (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}) + 2k\pi$
   $= \dfrac{\pi}{4} + \pi - \dfrac{\pi}{3} + \pi - \dfrac{11\pi}{12} + 2k\pi = \pi + 2k\pi$
   donc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE}) = \pi + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ donc (AB) et (ED) sont parallèles.
6. Voir figure.
7. On note $k \in \mathbb{Z}$
   $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BF})$
   $= (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{BF}) + 2k\pi$
   $= \pi + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \pi + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{CD}) + 2k\pi$
   $= \pi + \dfrac{\pi}{4} + \pi - \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{5\pi}{12} + 2k\pi$
   $= \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi$
   donc $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BF}) = \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$
   donc (AB) et (BF) sont perpendiculaires.

The End !!!