La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice n'est pas autorisée pour ce devoir

Exercice 1:

On considère la fonction f définie sur $[-6;6]$ et dont on donne la représentation graphique en annexe. Les droites tracées sont tangentes à $\mathcal{C}_f$.

1. Lire graphiquement $f(0)$, $f(3)$ et $f(-4)$.
2. Lire graphiquement $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(-4)$.
3. Donner l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 5.
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$.
5. Résoudre graphiquement l'équation $f'(x) = 0$

Exercice 2:

On note f la fonction définie sur $[-3;+\infty[$ tel que $f(x) = \sqrt{x+3}$

1. Montrer que f est dérivable en 22 et calculer son nombre dérivée en 22.
2. Donner une valeur approchée de $\sqrt{24,999}$. (Justifier votre réponse)

Exercice 3:

On donne $\sin\left(\dfrac{7\pi}{10}\right) = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

1. Donner la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{10}\right)$.
2. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{17\pi}{10}\right)$

Exercice 4:

On note P le polynôme $P(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10$

1. Démontrer que 1 est une racine de P.
2. Trouver toutes les racines de P.
3. Factoriser P en produit de polynômes du premier degré.
4. Déduire du 2) les solutions de l'équation $\dfrac{1+2x}{x^3} = \dfrac{13}{x} - 10$. $\left(\text{On pourra poser le changement de variable } t = \dfrac{1}{x}\right)$
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{x^3+2x^2-13x+10}{2x^2+5} \geq 0$

Exercice 5:

On note Q le polynôme $Q(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et $b^2 - 4ac > 0$
Démontrer que :

$$\boxed{x_1 \text{ et } x_2 \text{ sont les racines de } Q \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ et } x \times x_2 = \frac{c}{a}}$$

Exercice 6:

Soient A et B deux points tels que $AB = 4$ cm.
On note :

- Le point C tel que $AB = AC$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$.
- Le point D tel que ACD soit en triangle équilatéral et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = \frac{17\pi}{3}$
- Le point E tel que $DE = 3$ cm et $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}) = -\frac{13\pi}{12}$

1. Donner la mesure principale de $\frac{17\pi}{3}$ et de $-\frac{13\pi}{12}$.
2. Faire une figure précise.
3. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \pi + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
4. Trouver un couple de coordonnées polaires de C dans $(A; \overrightarrow{AB})$
5. Démontrer que les droites (AB) et (ED) sont parallèles.
6. Sur la même figure, construire le point F tel que A, F et C sont alignès et $(\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{CD}) = \frac{5\pi}{12}$.
7. Démontrer que les droites (AB) et (BF) sont perpendiculaires.

Annexe: