La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice n'est pas autorisée pour ce devoir

Exercice 1 :

1. Étudier la parité de la fonction $f : x \mapsto x^5(x-1)$
2. On note $g : x \mapsto x+3$ et $h : x \mapsto x^2-4$.
   Trouver l'ensemble de définition de la fonction $p = \dfrac{g}{h}$.
3. Soit v une fonction strictement décroissante sur un intervalle I. Quelles sont les variations sur I de la fonction w géfinie par $w = -3v - 5$? (justifier)
4. On note $k : x \mapsto 3x^3 - 7x^2 + 6x - 8$.
   Trouver les réels α, β et γ tels que $k(x) = (x-2)(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$.

Exercice 2 :

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ telle que $f(x) = \dfrac{2x+3}{x+1}$.
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$.

1. Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x+1}$.
2. Que pouvez-vous dire de $\mathcal{C}_f$? A t-elle un centre, un axe de symétrie ? Lequel ? Quel est le nom de cette courbe ? (Justifiez vos réponses), puis tracer l'allure de $\mathcal{C}_f$ dans $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$.

Exercice 3 :

Démontrer le théorème suivant :
Soient A et B deux points distincts du plan et α et β deux réels tels que $\alpha + \beta \neq 0$.

G barycentre de $(A, \alpha)(B; \beta)$ $\Leftrightarrow$ Pour tous les points M du plan, on a $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

Exercice 4 :

Soient A et B deux points distincts du plan.

1. Soient $(A; x^2-5x)$ et $(B; x)$ deux points pondérés du plan.
   a) Pour quelles valeurs de x le barycentre de $(A; x^2-5x)(B; x)$ existe t-il ?
   b) Déterminer x pour que G soit l'isobarycentre de A et B.
2. On note G le barycentre de $(A; -4)(B; 1)$
   a) Construire le point G sachant que $AB = 6$ cm.(Expliquez brièvement votre construction)
   b) Déterminer les réels α et β pour que A soit barycentre de $(G; \alpha)(B; \beta)$.
   c) Décrire et représenter l'ensemble des points M du plan tels que $\| -4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \| = 3AM$.

Exercice 5 :

ABC est un triangle équilatéral de côté 5 cm.
On note G le barycentre de $(A; -\dfrac{1}{2})(B; 1)(C, 2)$.

1. Construire le point G.(Expliquez brièvement votre construction)
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\| -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \| \overrightarrow{AB} \|$.