Exercice :
On se propose de construire un réservoir en tôle de forme parallélépipèdique rectangle dont le volume intérieur soit 4 m^3. La hauteur de ce parallélépipède rectangle est notée h, un côté mesure x et l'autre 2 m (les longueurs sont exprimées en mètres).

1. Déduire des informations données une relation entre h et x.
   Le volume d'un parallélépipède rectangle est donné par la formule : $V = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$
   On a donc $V = h \times x \times 2 = 4$ donc $2xh = 4 \Rightarrow xh = 2$
   On a donc si $x \neq 0$ la relation : $\boxed{h = \frac{2}{x}}$

2. Montrer que la somme des aires des faces du parallélépipède rectangle (sans le couvercle) s'écrit en fonction de x :

$$S(x) = 2x + 4 + \frac{8}{x}$$

   on note Arect$[a;b]$ l'aire d'un rectangle de largeur a et de longueur b.
   $S(x) = 2 \times \text{Arect}[h;2] + 2 \times \text{Arect}[x;h] + \text{Arect}[x;2]$
   donc $S(x) = 2 \times 2h + 2 \times xh + 2x = 4h + 2xh + 2x$
   Or $h = \frac{2}{x}$ donc $S(x) = 4 \times \frac{2}{x} + 2x \times \frac{2}{x} + 2x = 2x + 4 + \frac{8}{x}$
   donc $\boxed{S(x) = 2x + 4 + \frac{8}{x}}$

3. Dans la suite de l'exercice, on considère que x appartient à l'intervalle $[0,5;4]$

   (a) Calculer la dérivée de S, étudier son signe et en déduire le tableau de variations de S.
   La fonction $u : x \longmapsto 2x + 4$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   La fonction $v : x \longmapsto \frac{8}{x}$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$
   Donc S est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ comme somme de deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}^*$
   Donc S est définie et dérivable sur $[0,5;4]$
   De plus $u'(x) = 2$ et $v'(x) = -\frac{8}{x^2}$
   donc $S'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2 - 8}{x^2} = \frac{2(x-2)(x+2)}{x^2}$
   Etudions le signe de $S'(x)$:

x	$0,5$		2		4
$2(x-2)(x+2)$		$-$	0	$+$	
x^2		$+$		$+$	
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	21	$\searrow$	12	$\nearrow$	14

   (b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction S en son point d'abscisse 1.
   S est dérivable en 1 donc la courbe représentative de S admet une tangente au point d'abscisse 1, et son équation est de la forme $y = S'(1)(x-1) + S(1)$
   Or $S'(1) = -6$ et $S(1) = 14$ donc l'équation de la tangente est :
   $y = -6(x-1) + 14 = -6x + 6 + 14 = -6x + 20$ donc $\boxed{y = -6x + 20}$

   (c) Donner les valeurs de x et de h qui correspondent à une aire minimale.
   D'après le tableau de variation, l'aire est minimale pour $x = 2$ m donc pour $h = 1$ m.