Exercice

1. Exprimer h_m en fonction de h_v et n.
   On a $n \times h_m = h_v$ et $n \neq 0$ donc $h_m = \dfrac{h_v}{n}$.

2. Exprimer g_m en fonction de l_m et n.
   On a $(n-1)g_m = l_m$.
   ➠ Si $n = 1$ alors $g_m = l$.
   ➠ Si $n \neq 1$ alors $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$.

3. Pour avoir un escalier confortable, on cherche à avoir la condition : $g_m + 2h_m = 0,64$

$g_m + 2h_m = 0,64$ avec $h_m = \dfrac{h_v}{n}$ et $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$ avec $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$

Alors

$g_m + 2h_m = 0,64$

$\Leftrightarrow \dfrac{l_m}{n-1} + \dfrac{2h_v}{n} = 0,64$

$\Leftrightarrow nl_m + 2(n-1)h_v = 0,64(n^2 - n)$

$\Leftrightarrow nl_m + 2nh_v - 2h_v = 0,64n^2 - 0,64n$

$\Leftrightarrow 0,64n^2 - 0,64n - nl_m - 2nh_v + 2h_v = 0$

$\Leftrightarrow 0,64n^2 - n[0,64 + l_m + 2h_v] + 2h_v = 0$

$\Leftrightarrow 0,64\left(n^2 - n\dfrac{0,64 + l_m + 2h_v}{0,64} + \dfrac{2}{0,64}h_v\right) = 0$

$\Leftrightarrow n^2 - n\left[1 + \dfrac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0$

On obtient donc l'équation du second degré en n :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0$$

4. Application numérique.

   En remplaçant par les nombres, on obtient :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{1,84 + 2 \times 1,62}{0,64}\right] + 3,125 \times 1,62 = 0$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^2 - 8,9375n + 5,0625 = 0$$

a. Résolution de l'équation du second degré en n :
$\Delta = (-8,9375)^2 - 4(5,0625)(1) = 59,62890625$
$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions réelles :
$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8,9375 + \sqrt{59,62890625}}{2} \approx 8$
$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8,9375 - \sqrt{59,62890625}}{2} \approx 0$
Attention : On a le droit d'arrondir dans cet exercice seulement parcequ'ils le demandent dans l'énoncé.
La seule valeur possible de n est $n = 8$

b. On a donc :
$h_m = \dfrac{h_v}{n} = \dfrac{1,62}{8} = 0,2025 \text{ m} = 20,25 \text{ cm}$
$g_m = \dfrac{l_m}{n-1} = \dfrac{1,84}{7} \approx 26,29 \text{ cm}$
$l = n \times g_m = 8 \times g_m \approx 2,1029 \text{ m}$ ou $l \approx 210,29 \text{ cm}$
$r_m = \sqrt{g_m^2 + h_m^2} \approx 33,18 \text{ cm}$
$\tan(\alpha) = \dfrac{h_m}{g_m} \approx 0,770255$ donc $\alpha \approx 37,6°$