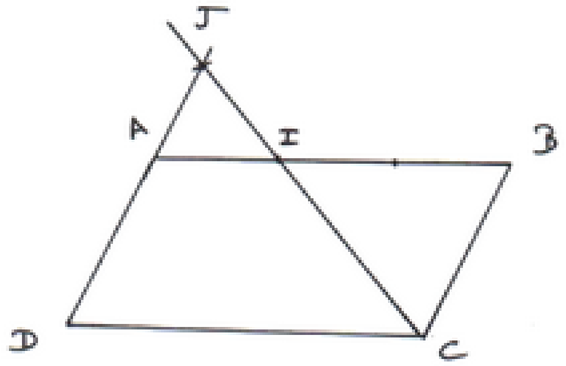
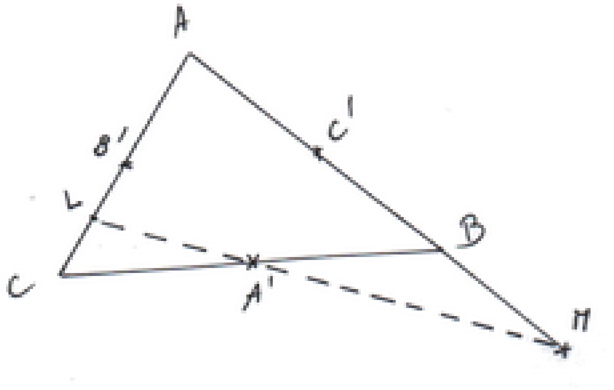
Exercice 1:



- $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = -2\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)$

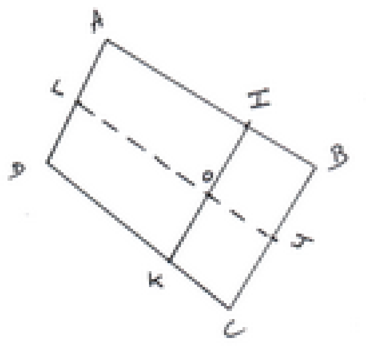
Conclusion : $\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{IJ}$ donc I, C et J sont alignès.

Exercice 2:



- B est le milieu de $[MC']$ donc $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{0}$ or $\overrightarrow{C'B} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$
  donc $\overrightarrow{MB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{0}$
  donc M est le barycentre de $(B;3)(A;-1)$
- L est le milieu de $[CB']$ donc $\overrightarrow{LC} + \overrightarrow{LB'} = \overrightarrow{0}$ or $\overrightarrow{LB'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{LA}$
  donc $\overrightarrow{LC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{LA} = \overrightarrow{0}$
  donc L est le barycentre de $(C;3)(A;1)$
- $2\overrightarrow{A'L} + \overrightarrow{A'M} = 2(\overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CL}) + (\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BM}) = 2\overrightarrow{A'C} + \frac{2}{3}\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{A'B} - \frac{1}{3}\overrightarrow{MA}$
  Or $\overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{0}$
  donc $2\overrightarrow{A'L} + \overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{A'C} + \frac{2}{3}\overrightarrow{LA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{0}$
  donc $2\overrightarrow{A'L} + \overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{0}$
- Comme A' est le barycentre de $(L;2)(M;1)$ alors A', L et M sont alignès.

Exercice 3:



(a)
- I barycentre de $(A;1)(B;2)$. $1+2=3\neq 0$ donc I existe et vérifie : $\overrightarrow{AI}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
- L est l'isobarycentre de A et D donc L est le milieu de $[AD]$.

(b) D'après l'énoncé $3\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CK}-\overrightarrow{CK}-\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{0}$
$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{CK}-\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{0}$
$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{KC}-\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{0}$
donc k est le barycentre de $(C;2)(D;1)$

(c)
- D'après l'énoncé : $\overrightarrow{AI}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OI}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AO}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OB}$
  donc $\overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OB}$
- D'après l'énoncé $\overrightarrow{CK}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OK}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CO}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OD}$
  donc $\overrightarrow{OK}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OD}$
- D'après les questions précédentes :
  $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OD}$
  $=\dfrac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$
  $=\dfrac{1}{3}(\overrightarrow{OL}+\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{OL}+\overrightarrow{LD})+\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{OJ}+\overrightarrow{JC})$
  or J milieu de $[AC]$ donc $\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{0}$
  de plus L milieud e $[AD]$ donc $\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{LD}=\overrightarrow{0}$
  donc $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK}=\dfrac{1}{3}(2\overrightarrow{OL})+\dfrac{2}{3}(2\overrightarrow{OJ})$
  $=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OL}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{OJ}$
- O est le milieu de$[IK]$ donc $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{0}$
  donc d'après la question précédente :
  $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OL}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{OJ}=\overrightarrow{0}$
  $\Leftrightarrow\overrightarrow{OL}+2\overrightarrow{OJ}=\overrightarrow{0}$
  donc O est le barycentre de $(L;1)(J;2)$ donc O, L et J sont alignès.