Correction du devoir, d'un site Internet, téléchargeable à l'adresse :
http://latekexos.org/niko/pdf/Premiere$_S$/PS011.*pdf*

Exercice 1 :

Partie A Premier situation

1. $h_0 = 100$ cm
   $h_1 = \dfrac{9}{10} \times h_0 = 90$ cm
   $h_2 = \dfrac{9}{10} \times h_1 = 81$ cm
   $h_3 = \dfrac{9}{10} \times h_2 = 72.9$ cm
   $h_4 = \dfrac{9}{10} \times h_3 = 65.61$ cm
2. $(h_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{9}{10}$ et de premier terme $h_0 = 100$ cm.
   D'après le cours, on a donc : $h_n = h_0 \times \left(\dfrac{9}{10}\right)^n = \dfrac{10^2 \times 9^n}{10^n} = \dfrac{9^n}{10^{n-2}}$
   donc
   $$\boxed{h_n = \frac{9^n}{10^{n-2}} \text{ avec } n \in \mathbb{N}}$$
3. $h_{10} = \dfrac{9^{10}}{10^8} \approx 34,88$ cm.
4. La hauteur deviendra inférieure à 1 cm si $h_n < 1$ cm
   Il faut donc chercher n pour que $\dfrac{9^n}{10^{n-2}} < 1$
   Avec une calculatrice on trouve $n = 44$.
   Donc à partir de 44 rebonds la hauteur va devenir inférieure à 1 cm.

Partie B Deuxième situation

1. $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$ et de premier terme $d_1 = 10$ cm.
   D'après le cours on a : $d_n = d_1 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1} = 10 \times \dfrac{2^{n-1}}{3^{n-1}}$
   donc
   $$\boxed{d_n = 10 \times \frac{2^{n-1}}{3^{n-1}} \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*}$$
2. Etude de la suite $(l_n)_{n\in\mathbb{N}}$:
   (a) $l_1 = d_1 = 10$
   $l_2 = d_1 + d_2 = 10 + \dfrac{20}{3} = \dfrac{50}{3} \approx 16,67$ cm
   $l_3 = d_1 + d_2 + d_3 = \dfrac{50}{3} + \dfrac{40}{9} = \dfrac{190}{9} \approx 21.1$ cm
   $l_4 = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = \dfrac{190}{9} + \dfrac{80}{27} = \dfrac{650}{27} \approx 24.07$ cm
   (b) $l_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} d_k = d_1 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} = 10 \times \frac{1 - \frac{2^n}{3^n}}{\frac{1}{3}} = 30\left(1 - \frac{2^n}{3^n}\right)$
   donc
   $$\boxed{l_n = 30\left(1 - \frac{2^n}{3^n}\right)}$$

(c) $l_{10} = 30\left(1 - \dfrac{2^{10}}{3^{10}}\right) \approx 29,48$ cm.

3. Il faut chercher si on peut trouver un n pour que $l_n > 28$
   $30\left(1 - \dfrac{2^n}{3^n}\right) > 28 \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^n < \dfrac{1}{15}$
   A la calculatrice on trouve que $n \geq 7$ donc la balle va tomber après le 6ème rebond.
4. Il faut pour cette question étudier le limite de l_n lorsque n tend vers $+\infty$
   $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n = 0$ car $0 < \dfrac{2}{3} < 1$
   donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 30\left(1 - \dfrac{2^n}{3^n}\right) = 30$ donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} l_n = 30}$
   La suite l_n converge vers 30 donc la balle doit se situer à plus de 30 cm du bord de la table pour ne pas tomber.