Une fonction f définie sur une partie I de $\mathbb{R}$ associe à chaque nombre $x \in I$ un nombre réel et un seul, que l'on note $f(x)$.

$f(x)$ s'appelle **l'image de x par la fonction** f. x s'appelle **l'antécédent** de $f(x)$.

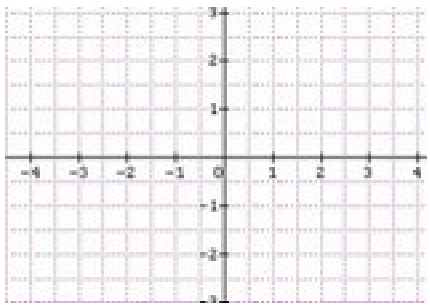
Ensemble de définition d'une fonction :

Exemples :
Trouver l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3x - 1$ 2. $g(x) = \dfrac{4x-5}{(3x-9)(x+5)}$ 3. $h(x) = \sqrt{5-2x}$ 4. $v(x) = \sqrt{\dfrac{3x-2}{5x+15}}$

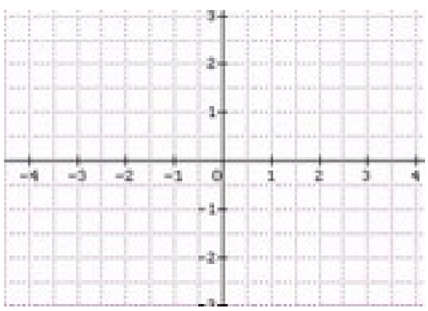
Courbe représentative d'une fonction :

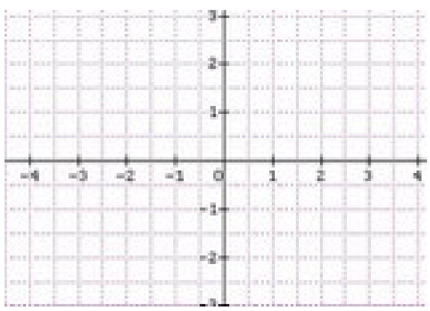
Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. f est une fonction définie sur I. On appelle **courbe représentative de f sur I**, l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x \in I$ et $y = f(x)$.
On dit alors que $y = f(x)$ est **l'équation de la courbe** f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

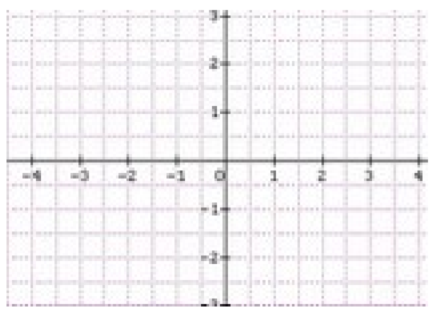


Exemples :

$f(x) = x^2$ $f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = \dfrac{1}{x}$







Parité d'une fonction :

Soit f une fonction définie sur une partie I symétrique par rapport à 0.

Exemples :
Étudier la parité des fonctions suivantes :

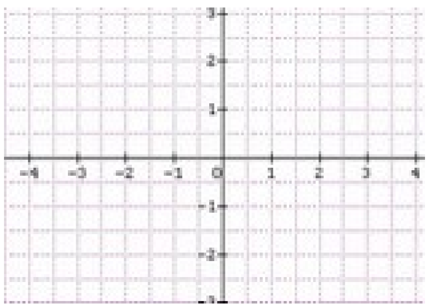
1. $f(x) = \dfrac{4x^2-5}{x(x^2+5)}$ 2. $g(x) = \cos(\sin x)$ 3. $h(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x+2}}$

4. $k_1(x) = \dfrac{r(x) + r(-x)}{2}$ et $k_2(x) = \dfrac{r(x) - r(-x)}{2}$ si r est une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

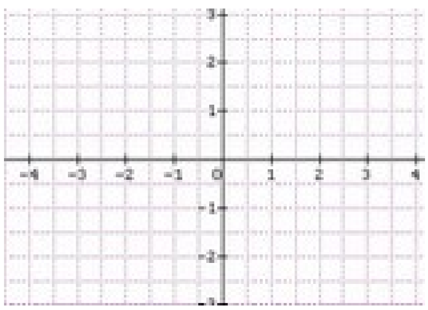
Périodicité d'une fonction :
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et $T \in \mathbb{R}^*$.

Exemples :
Démontrer que :
1. $f(x) = \cos(2x)$ est π-périodique
2. $g(x) = \cos(3x)$ est $\dfrac{2\pi}{3}$-périodique
3. $h(x) = \sin(5x + 3)$ est $\dfrac{2\pi}{5}$-périodique

Les variations d'une fonction :
Soit f une fonction définie sur I.
Fonctions croissante ou strictement croissante :



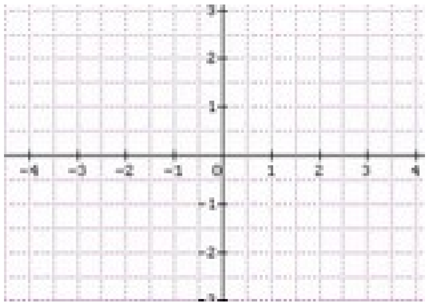
Fonctions décroissante ou strictement décroissante :



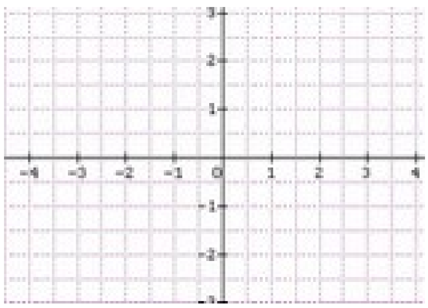
Une fonction est **monotone** sur I si elle est croissante sur I ou décroissante sur I.

Exemples :
Démontrer que :
1. $f(x) = x^2 + 4x - 3$ est strictement croissante sur $]-2; +\infty[$
2. $h(x) = \dfrac{1}{x-3}$ est strictement décroissante sur $]3; +\infty[$

<u>Extrémum</u> :
Soit f une fonction définie sur I et $a \in I$.
Maximum de f sur I :



Minimum de f sur I :



Exemples :
Démontrer que :
1. Si $f(x) = (x-3)^2 - 5$, -5 est le minimum de f sur $\mathbb{R}$ pour $x = 3$.
2. Si $f(x) = \cos x$, 1 est le maximum de f sur $]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}[$ et -1 est le minimum de f sur $]0; \pi]$.