

1 Opérations algébriques sur les fonctions

On note f , g et h trois fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 + x - 12 \quad , \quad g(x) = x + 3 \quad \text{et} \quad h(x) = \sqrt{2x + 3}$$

1. Trouver l'ensemble de définition des fonctions f , g et h .
2. Trouver l'ensemble de définition de $f + g$ la fonction définie par : $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$.
Exprimer $(f + g)(x)$ en fonction de x .
3. Trouver l'ensemble de définition de $f + h$ puis exprimer $(f + h)(x)$ en fonction de x .
4. On note λ un réel quelconque .
Trouver l'ensemble de définition de λf la fonction définie par : $(\lambda f)(x) = \lambda \times f(x)$.
Exprimer $\frac{1}{2}f$ en fonction de x .
5. Trouver l'ensemble de définition de $f - g$ la fonction définie par : $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$.
Exprimer $(f - g)(x)$ en fonction de x .
6. Trouver l'ensemble de définition de fg la fonction définie par : $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$.
Exprimer $(fg)(x)$ en fonction de x .
7. Trouver l'ensemble de définition de fh puis exprimer $(fh)(x)$ en fonction de x .
8. Trouver l'ensemble de définition de $\frac{f}{g}$ la fonction définie par : $(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
Exprimer $(\frac{f}{g})(x)$ en fonction de x .
9. Trouver l'ensemble de définition de $\frac{f}{h}$ puis exprimer $(\frac{f}{h})(x)$ en fonction de x .

2 Variations et opérations algébriques des fonctions

Soient f , g , h , v et w les fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x + 4 \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = x^3 \quad v(x) = \frac{1}{x} \quad w(x) = \sqrt{x}$$

1. Dresser le tableau des variations de f , g , h , v et w .
2. Exprimer $3f(x)$, $3g(x)$, $3h(x)$, $3v(x)$ et $3w(x)$ en fonction de x .
3. Dresser le tableau des variations de $3f$, $3g$, $3h$, $3v$ et $3w$. Conclure.
4. Exprimer $-3f(x)$, $-3g(x)$, $-3h(x)$, $-3v(x)$ et $-3w(x)$ en fonction de x .
5. Dresser le tableau des variations de $-3f$, $-3g$, $-3h$, $-3v$ et $-3w$. Conclure.
6. Exprimer $3 + f(x)$, $3 + g(x)$, $3 + h(x)$, $3 + v(x)$ et $3 + w(x)$ en fonction de x .
7. Dresser le tableau des variations de $3 + f$, $3 + g$, $3 + h$, $3 + v$ et $3 + w$. Conclure.
8. Tracer dans un même repère, la courbe C_g représentative de g et C_{g+3} celle de $g + 3$.
Conclure "Comment passe t-on de C_f à C_{f+k} avec $k \in \mathbb{R}$?".
9. Exprimer $f(x + 3)$, $g(x + 3)$, $h(x + 3)$, $v(x + 3)$ et $w(x + 3)$ en fonction de x .
10. Dresser le tableau des variations des fonctions $f(x + 3)$, $g(x + 3)$, $h(x + 3)$, $v(x + 3)$ et $w(x + 3)$.
Conclure.
11. Tracer dans un même repère, la courbe C_g représentative de g et C_m celle de m sachant que $m(x) = g(x + 3)$. Conclure "Comment passe t-on de C_f à C_g si $g(x) = f(x + k)$?".