

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Durée : 1h / Calculatrice autorisée : Oui celle du lycée.

Exercice 01 : (7 points)

X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0.35$.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Calculer $P(X = 25)$.
3. Calculer $P(X \leq 10)$.
4. Calculer $P(X \geq 30)$.
5. Calculer la probabilité que X soit au moins égale à 20.
6. Calculer la probabilité que X soit au plus égale à 40.
7. Calculer $E(X)$.
8. Déterminer deux entiers a et b tels que $P\left(\frac{X}{50} \in \left[\frac{a}{50}; \frac{b}{50}\right]\right) \geq 0.95$.

Exercice 02 : (5 points)

En utilisant sa base de données, la sécurité sociale estime que 10 % de la population française présente à la naissance une malformation cardiaque de type anévrisme. Elle décide alors de lancer une enquête de santé publique, sur ce problème d'anévrisme, sur un échantillon de 400 personnes, prises au hasard dans la population française.

On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de personnes de l'échantillon présentant une malformation cardiaque de type anévrisme.

1. (a) Définir la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
(b) Déterminer $P(X = 35)$.
(c) Déterminer la probabilité que 30 personnes de ce groupe, au moins, présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.
2. (a) On considère la variable aléatoire F , définie par $F = \frac{X}{400}$. Déterminer l'intervalle de fluctuation de la variable aléatoire F au seuil de 95 %.
(b) Dans l'échantillon considéré, 60 personnes présentent une malformation cardiaque de type anévrisme. Que peut-on en penser ?

Exercice 03 : (3 points)

Déterminer la forme explicite des suites suivantes :

1. (u) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = \frac{1}{2}$ et de raison $b = 4$
2. (u) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $a = 7$
3. (u) est une suite géométrique de premier terme $u_5 = -1$ et de raison $c = -2$

Exercice 04 : (5 points)

On note $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $a_0 = 80$ et pour tout entier naturel n ,

$$a_{n+1} = 0,9a_n + 20$$

Pour tout entier naturel n on pose : $b_n = a_n - 200$.

1. Démontrer que la suite (b_n) est une suite géométrique. Préciser la raison et son premier terme.
2. Exprimer b_n en fonction de n .
3. Quelles sont les variations de la suite (b_n) .
4. En déduire l'expression de a_n en fonction de n .
5. Déterminer la valeur de a_{20} .

Exercice Bonus :**La légende de l'échiquier de Sissa où le problème des grains de riz sur un échiquier.**

La légende se situe 3 000 ans av. J.C.

Le roi Belkib (Indes) promet une récompense fabuleuse à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait. Lorsque le sage Sissa, fils du Brahmine Dahir, lui présenta le jeu d'échecs, le souverain, demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.

Sissa demanda au prince de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case.

Le prince accorda immédiatement cette récompense sans se douter de ce qui allait suivre.

Son conseiller lui expliqua qu'il venait de précipiter le royaume dans la ruine car les récoltes de l'année ne suffiraient pas à payer Sissa.

La production mondiale de riz est estimée à 699 millions de tonnes en 2010.

Le poids moyen d'un grain de riz est estimé à environ 0,04 g.

QUESTION : Combien d'années de production mondiale de riz faut-il pour que le roi puisse tenir sa promesse ?