La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
Durée : 1h / Calculatrice autorisée : **Oui**.

Exercice 01 : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f : x \mapsto \dfrac{x^3-3x^2-4x-8}{6(x+1)}$

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto x^3 - 3x + 2$

1. Déterminer $g'(x)$
2. Etudier les variations de g sur $]-1;+\infty[$.
3. Justifier que pour tout $x \in]-1;+\infty[$, $g(x) \geq 0$
4. Démontrer que pour tout $x \in]-1;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{3(x+1)^2}$
5. Déterminer les variations de la fontion f sur $]-1;+\infty[$.

Exercice 02 : (2 points)

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}^{*+}$ par $f : x \mapsto \dfrac{(x+1)}{\sqrt{x}}$

Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^{*+}$, $f(x)$ vérifie l'équation

$$(x-1)f(x) - 2x(x+1)f'(x) = 0$$

Exercice 03 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$
On note $A(2;3)$, $B(0;1)$, $C(3;-2)$ et $D(0;-1)$

1. Déterminer une équation cartésienne de (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de (DC).
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et (DC).
4. Les droites (BD) et (AC) sont-elles parallèles ? (Justifier)

Exercice 04 :(4 points)

Soit m un réel et soit (D_m) la droite d'équation : $m^2x - (m-1)y - 1 = 0$

1. Pour quelles valeurs de m, la droite passe-t-elle par le point $A(-1;1)$?
2. Pour quelle valeur de m, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ est-il directeur de (D_m) ?
3. Pour quelles valeurs de m la droite (D_m) est parallèle à la droite d'équation $5x - 3y + 4 = 0$?

Exercice Bonus

Déterminer les variations de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par

$$f : x \mapsto \left(\sum_{k=1}^{n} x^k\right) - 1$$