La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.
Durée : 1h / Calculatrice autorisée : **Oui**.

Exercice 01 : (points)

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est la suite définie par $u_1 = 1$ et :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \ u_{n+1} = \frac{nu_n}{n+1}$$

On admettra que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n > 0$

1. Déterminer les 4 premiers termes de la suite u.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{u_n}{u_{n-1}} = 1 - \dfrac{1}{n}$
3. En déduire les variations de la suite u.

Exercice 02 : (points)

Etudier les variations des suites ci-dessous :

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^3 + 4n^2 + 3n$
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_{n-1}^2 - 5u_{n-1} + 9$ et $u_0 = 1$
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $u_n = \dfrac{n}{n-1}$
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = -\dfrac{5^{n+2} \times 3^n}{2^{n-1}}$

Exercice 03 : (points)

On note f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.
On note u la suite définie par $u_0 = 5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
On note Δ la droite d'équation $y = x$.

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre C_f et Δ.
2. Construire les 4 premiers termes de la suite sur le graphique donné en annexe.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur les variations de la suite et sur sa limite ?
4. Construire un algorithme qui prend en entrée une valeur de N et qui affiche tous les termes de u_0 à u_N.
5. Que fait l'algorithme suivant ?

Algorithme 2	
Donner la valeur de P	
$N \leftarrow 0$	
$U \leftarrow 5$	
Traitement :	
Tant que $\lvert U - \sqrt{2}\rvert \leq 10^{-P}$	Faire
	$N \leftarrow N + 1$
	$U \leftarrow \dfrac{1}{2}\left(U + \dfrac{2}{U}\right)$
Fin du Tant que	
Sortie :	
	Afficher la valeur de N.

Exercice Bonus : (points)

On note u la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.

1. Etudier les variations de la suite (v) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_{2n}$
2. Etudier les variations de la suite (w) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = u_{2n+1}$

Annexe :

DS07E.PNG