

**Exercice 1**

Etudier le sens de variation des suites ci-dessous :

1. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \frac{3^n}{n}$
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \frac{6+n}{n}$
3. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 1 - 2\sqrt{n+1}$
4. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = n^2 - 4n + 1$
5. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{2^n}{n+1}$
6.  $u_0 = 2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = u_{n-1} + \frac{1}{n}$
7. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 2n^2 - 8n + 11$
8. Pour tout  $n \geq 1$ ,  $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$
9. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 2^n - n$
10.  $v_0 = -3$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = v_n^2 + v_n + 1$
11. Pour tout  $n \geq 2$ ,  $u_n = \frac{3^n \times n}{2^{n-2}}$

**Exercice 3**

On note  $(u_n)_{n \geq 1}$  et  $(v_n)_{n \geq 1}$  les deux suites définies par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n}$$

1. Démontrer que pour tout  $n \geq 1$  on a :  $v_n > u_n$
2. Démontrer que  $(u_n)$  est croissante.
3. Démontrer que  $(v_n)$  est décroissante.
4. En déduire que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont bornées.

**Exercice 4**

On note, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k}$ .

On note  $(u_n)_{n \geq 1}$  et  $(v_n)_{n \geq 1}$  les deux suites définies par :

$$u_n = S_{2n} \text{ et } v_n = S_{2n+1}$$

1.  $(S_n)$  est-elle croissante, décroissante ?
2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , calculer  $S_{2n} - S_{2n+1}$
3. Démontrer que pour tout  $n \geq 1$  on a :  $u_n > v_n$
4. Démontrer que  $(u_n)$  est croissante.
5. Démontrer que  $(v_n)$  est décroissante.
6. En déduire que  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont bornées.