Exercice 1 :

Soit f une fonction numérique définie sur $[1;5]$ par :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$$

où a, b et c sont trois réels à déterminer.
On donne le tableau des variations suivant :

x	1		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	7	$\searrow$	6	$\nearrow$	

Exercice 2 :

On note $f : x \longmapsto \displaystyle\sum_{i=1}^{k} (x - a_i)^2 f_i$
Déterminer le minimum de f et en quelle valeur de x on obtient ce minimum !

Exercice 3 :

On se propose de construire un réservoir en tôle de forme parallélépipèdique rectangle dont le volume intérieur soit 4 m^3. La hauteur de ce parallélépipède rectangle est notée h, un côté mesure x et l'autre 2 m (les longueurs sont exprimées en mètres).

1. Déduire des informations données une relation entre h et x.
2. Montrer que la somme des aires des faces du parallélépipède rectangle (sans le couvercle) s'écrit en fonction de x :

$$S(x) = 2x + 4 + \frac{8}{x}$$

3. Dans la suite de l'exercice, on considère que x appartient à l'intervalle $[0,5;4]$
   (a) Calculer la dérivée de S, étudier son signe et en déduire le tableau de variations de S.
   (b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction S en son point d'abscisse 1.
   (c) Donner les valeurs de x et de h qui correspondent à une aire minimale.

Exercice 4 :

On considère la fonction $f : x \longmapsto \sin x - x + \dfrac{x^3}{6}$ définie sur $[0; +\infty[$

1. Calculer f' puis f'' et enfin f'''.
2. Déterminer les variations de f''
3. Déterminer les variations de f'
4. Démontrer que pour tout réel x positif, $x - \dfrac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$