

Exercice 1 :

1. Étudier suivant les valeurs de x le signe de l'expression $P(x) = (x - 2)^2(x^2 + 4x + 36)$
2. f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 12x + 76}{x^2 + 12}$
Déterminer les 3 réels a , b et c tels que pour tout réel x , on ait $f(x) = ax + b + \frac{c}{x^2 + 12}$
3. Calculer la dérivée de la fonction f et vérifier que l'on a $f'(x) = \frac{P(x)}{(x^2 + 12)^2}$
4. En déduire le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-x^3 + 5x}{x^2 + 3}$

1. Déterminer les réels a et b tels que , pour tout x : $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 3}$
2. Montrer que $f'(x) = \frac{(1 - x^2)(x^2 + 15)}{(x^2 + 3)^2}$
3. Étudier les variations de f .
4. Préciser une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f à l'origine.
5. Trouver les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.
6. Tracer \mathcal{C}_f et T dans un même repère.

Exercice 3 :

Un mobile M glisse le long d'une table inclinée d'un angle α sur l'horizontale. Il tombe de la table à la date $t = 0$ s, au point $M_0(x_0; y_0)$ à une vitesse $\vec{V}_0(x_{v_0}, y_{v_0})$ et à une hauteur h .

Après quelques calculs, que vous ferez en terminale, vous obtiendrez que le mobile M a pour coordonnées $M(x(t); y(t))$ avec $x(t)$ et $y(t)$ les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = \|\vec{V}_0\| \cos(\alpha)t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \|\vec{V}_0\| \sin(\alpha)t + y_0 \end{cases}$$

où g représente l'accélération de la pesanteur ($g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$.)

1. Calculer les coordonnées du vecteur vitesse instantanée $\vec{V}((x'(t); y'(t)))$
2. En déduire les coordonnées de \vec{V}_0
3. Calculer les coordonnées du vecteur accélération instantanée $\vec{A}((x''(t); y''(t)))$
4. Trouver pour quelles valeurs de t le mobile va t-il atteindre le sol ?