Correction DS 3

EX1 :

Partie I : (Annexe) 0,5

Partie II :

1) Médiane : 15 $\quad Q_1 = 10 \quad Q_3 = 20$ (Femmes) $3 \times 0{,}25$

2) Médiane : 20 $\quad Q_1 = 10 \quad Q_3 = 25$ $5 \times 0{,}25$

$D_1 = 5 \quad D_9 = 35$ (Hommes)

+ (Annexe) 1

3) Femmes : $\bar{x} = \frac{1}{59}\left(\sum_{i=1}^{8} x_i n_i\right) \simeq 15$ 0,5

Hommes $\bar{y} = \frac{1}{130}\left(\sum_{i=1}^{8} x_i n_i\right) \simeq 19$ 0,5

4) (a) ~~Oui~~ c'est au moins 50% car 20 → Médiane : Oui 0,5

(b) c'est au moins ~~50~~ % car $Q_1 = 10$ et $Q_3 = 20$: Oui 0,5

(c) faux . c'est le contraire 0,5

EX02 :

1) $\bar{x} = \frac{2 \times 4 + 7 \times 6}{10} = \frac{8 + 42}{10} = 5$ 0,5

2) (a) $f(x) = \frac{1}{10}(4x - 8 + 6x - 42) = \frac{1}{10}(10x - 50)$

donc $f(\bar{x}) = \boxed{0}$ 0,5

$g(x) = \frac{1}{10}\left(4(x^2 - 4x + 4) + 6(x^2 - 14x + 49)\right)$

$= \frac{1}{10}(4x^2 - 16x + 16 + 6x^2 - 84x + 294)$

$= \frac{1}{10}(10x^2 - 100x + 310) = x^2 - 10x + 31$

$g(\bar{x}) = 5^2 - 10 \times 5 + 31 = 25 - 50 + 31 = \boxed{6}$ 0,5

(b) $g(x) = \boxed{x^2 - 10x + 31}$ (Forme développée) 0,5

$\forall x \in \mathbb{R}$: $g(x) = (x-5)^2 - 25 + 31$ 1

$= \boxed{(x-5)^2 + 6}$

(c)

x	$-\infty$	5	$+\infty$
g	↘	6	↗

1

(d) g admet un minimum pour $x = \overline{x} = 5$ 0,5

Ce minimum est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne. 0,5

EXO3 :

- $\frac{23\pi}{3} = \frac{24\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 8\pi - \frac{\pi}{3}$ or $\frac{-\pi}{3} \in]-\pi ; \pi]$

  donc la mesure principale de $(\vec{u} ; \vec{v})$ est $\frac{-\pi}{3}$ 0,5

- $(\vec{v} ; \vec{u}) \equiv -(\vec{u} ; \vec{v})\ [2\pi] \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ 0,5

- $(\vec{u} ; -\vec{v}) \equiv \pi + (\vec{u} ; \vec{v})\ [2\pi] \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi] \equiv +\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ 0,5

- $(-\vec{u} ; 3\vec{v}) \equiv (-\vec{u} ; \vec{v})\ [2\pi] \equiv +\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ 0,5

EXO4 :

1) 1

3) • $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DE}) \equiv (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AB}) [2\pi] = 0 [2\pi]$ 0,5

• $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DE}) \equiv (\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DE}) [2\pi]$

$$\equiv (-\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CB}) + (-\overrightarrow{BC}; -\overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DE}) [2\pi]$$

$$\equiv \pi + (\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) + 0 [2\pi]$$

$$\equiv \pi - (\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) + 0 [2\pi]$$ 2,5

$$\equiv \pi + \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} [2\pi]$$

$$\equiv \frac{12\pi + 4\pi - 9\pi}{12} [2\pi] = \boxed{\frac{7\pi}{12} [2\pi]}$$

EXO 5:

1) $\forall x \in \mathbb{R}, \boxed{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}$ 0,5

2) Si x solution de $\sqrt{3} \cos x = \sin x$

alors $3 \cos^2 x = \sin^2 x \iff 3 \cos^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\iff 4 \cos^2 x = 1 \iff \boxed{\cos^2 x = \frac{1}{4}}$ 0,5

3) $\cos^2 x = \frac{1}{4} \iff \cos x = \frac{1}{2}$ ou $\cos x = -\frac{1}{2}$

$\iff \cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ ou $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$

$\iff \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} [2\pi] \\ x = -\frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} [2\pi] \\ x = -\frac{2\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$ 1

Dans $[0; 2\pi[$

$$\boxed{S_1 = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}}$$

4) L'équation de départ est $\sqrt{3} \cos x = \sin x$ donc comme $3 > 0$, $\cos x$ et $\sin x$ doivent être de même signe et x est dans l'ensemble S_1 précédent.

On a donc $\boxed{S_2 = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right\}}$ 1

Bonus : on note x : nbre de bancs et y : nombre de personnes par banc

$\begin{cases} xy = 800 \\ (x-20)(y+2) = 800 \end{cases} \iff \begin{cases} xy = 800 \\ x - 10y = 20 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 100 \\ y = 8 \end{cases}$ (Il y a 100 bancs)