La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
Durée : 1 heures / Calculatrice autorisée : **Oui** **mais celle du lycée**.
Arrondir les résultats à 10^{-4} près.

Exercice 01 : (3 points)

Dans une région pétrolifère, la probabilité qu'un forage conduise à une nappe de pétrole est de $0,1$. On effectue 9 forages. On suppose que le fait de trouver du pétrole à un endroit, est indépendant du fait de trouver du pétrole dans les autres.

1. Calculer la probabilité qu'exactement 4 forages conduisent à une nappe de pétrole.
2. Calculer la probabilité qu'au moins un forage conduise à une nappe de pétrole.

Exercice 02 : (3 points)

On note X une variable aléatoire suivant une loi Binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,35$.

1. Calculer $E(X)$
2. Calculer $P(X = 12)$
3. Calculer $P(X \leq 30)$
4. Calculer $P(X \geq 15)$

Exercice 03 : (4 points)

On note (u_n) une suite arithmétique telle que $u_4 = -8$ et $u_6 = -14$

1. Déterminer le premier terme u_0 et la raison r de la suite (u_n).
2. Donner la définition par récurrence de la suite (u_n).
3. Donner la définition explicite de la suite (u_n).

Exercice 4 : (5 points)

On note (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_{n+1} = 2v_n + 3$ et $v_1 = 2$.
On note (w_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $w_n = v_n + 3$.

1. Montrer que (w_n) est une suite géométrique.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, déterminer w_n en fonction de n.
3. En déduire une expression de v_n en fonction de n.
4. Calculer une valeur exacte de $\displaystyle\sum_{k=1}^{50} w_k = w_1 + w_2 + ... + w_{49} + w_{50}$

Exercice 5 : (5 points)

On considère deux suites (u_n) et (v_n) telles que $u_0 = v_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n - v_n + 1 \\ v_{n+1} = 2 + 2u_n \end{cases}$$

1. Montrer que la suite (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = u_n - v_n$ est arithmétique.
2. Montrer que la suite (b_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $b_n = 2u_n - v_n$ est géométrique.
3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = b_n - a_n$.
4. En déduire $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{20} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_{19} + u_{20}$