✍ désigne un point de rédaction important qu'il ne faut pas oublier dans sa copie.

Exercice

1. ✍ n est un nombre entier naturel différent de 0 donc :

On a $n \times h_m = h_v$ et ✍ $n \neq 0$ et ainsi $h_m = \dfrac{h_v}{n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

2. ✍ n est un nombre entier naturel différent de 0 donc :

✍ Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $(n-1)g_m = l_m$.

➠ Si $n = 1$ alors $g_m = l$.

➠ Si $n \neq 1$ alors $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$.

3. Pour avoir un escalier confortable, on cherche $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ pour avoir la condition : $g_m + 2h_m = 0,64$

$g_m + 2h_m = 0,64$ avec $h_m = \dfrac{h_v}{n}$ et $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$

Alors

$$\begin{aligned}
g_m + 2h_m = 0,64 &\Leftrightarrow \frac{l_m}{n-1} + \frac{2h_v}{n} = 0,64 \text{ (} n \neq 1 \text{ et } n \neq 0 \text{)} \\
&\Leftrightarrow nl_m + 2(n-1)h_v = 0,64(n^2 - n) \\
&\Leftrightarrow nl_m + 2nh_v - 2h_v = 0,64n^2 - 0,64n \\
&\Leftrightarrow 0,64n^2 - 0,64n - nl_m - 2nh_v + 2h_v = 0 \\
&\Leftrightarrow 0,64n^2 - n[0,64 + l_m + 2h_v] + 2h_v = 0 \\
&\Leftrightarrow 0,64\left(n^2 - n\frac{0,64 + l_m + 2h_v}{0,64} + \frac{2}{0,64}h_v\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow n^2 - n\left[1 + \frac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0
\end{aligned}$$

On obtient donc l'équation du second degré en n :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0$$

4. Application numérique.

En remplaçant par les nombres, on obtient :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{1,84 + 2 \times 1,62}{0,64}\right] + 3,125 \times 1,62 = 0$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^2 - 8,9375n + 5,0625 = 0$$

a. Résolution de l'équation du second degré en n :

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8,9375)^2 - 4(5,0625)(1) = 59,62890625$

$\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{8,9375}{2} = 4,46875$

$\beta = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{59,62890625}{4} = -14,90722656$

La forme canonique est donc :

$$(n - 4,46875)^2 - 14,90722656$$

a et β ne sont pas de même signe donc on peut factoriser :

La forme factorisée est donc
$(n+4,46875)^2 - (\sqrt{14,90722656})^2 = (n+4,46875-\sqrt{14,90722656})(n+4,46875+\sqrt{14,90722656})$
$x_1 = 4,46875 + \sqrt{14,90722656} \approx 8$

$x_2 = 4,46875 - \sqrt{14,90722656} \approx 0$

Attention : On a le droit d'arrondir dans cet exercice seulement parcequ'ils le demandent dans l'énoncé.
La seule valeur possible de n est $n = 8$

b. D'après les questions précédentes :

$h_m = \dfrac{h_v}{n} = \dfrac{1,62}{8} = 0,2025 \text{ m} = 20,25 \text{ cm}$

$g_m = \dfrac{l_m}{n-1} = \dfrac{1,84}{7} \approx 26,29 \text{ cm}$

$l = n \times g_m = 8 \times g_m \approx 2,1029 \text{ m}$ ou $l \approx 210,29 \text{ cm}$

$r_m = \sqrt{g_m^2 + h_m^2} \approx 33,18 \text{ cm}$

$\tan(\alpha) = \dfrac{h_m}{g_m} \approx 0,770255$ donc $\alpha \approx 37,6°$