✍ désigne un point de rédaction important qu'il ne faut pas oublier dans sa copie.

Exercice

1. ✍ n est un nombre entier naturel différent de 0 donc :

On a $n \times h_m = h_v$ et ✍ $n \neq 0$ et ainsi $h_m = \dfrac{h_v}{n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

2. ✍ n est un nombre entier naturel différent de 0 donc :

✍ Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $(n-1)g_m = l_m$.

➠ Si $n = 1$ alors $g_m = l$.

➠ Si $n \neq 1$ alors $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$.

3. Pour avoir un escalier confortable, on cherche $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ pour avoir la condition : $g_m + 2h_m = 0,64$

$g_m + 2h_m = 0,64$ avec $h_m = \dfrac{h_v}{n}$ et $g_m = \dfrac{l_m}{n-1}$

Alors

$$\begin{aligned}
g_m + 2h_m = 0,64 &\Leftrightarrow \frac{l_m}{n-1} + \frac{2h_v}{n} = 0,64 \text{ (} n \neq 1 \text{ et } n \neq 0 \text{)} \\
&\Leftrightarrow nl_m + 2(n-1)h_v = 0,64(n^2 - n) \\
&\Leftrightarrow nl_m + 2nh_v - 2h_v = 0,64n^2 - 0,64n \\
&\Leftrightarrow 0,64n^2 - 0,64n - nl_m - 2nh_v + 2h_v = 0 \\
&\Leftrightarrow 0,64n^2 - n[0,64 + l_m + 2h_v] + 2h_v = 0 \\
&\Leftrightarrow 0,64\left(n^2 - n\frac{0,64 + l_m + 2h_v}{0,64} + \frac{2}{0,64}h_v\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow n^2 - n\left[1 + \frac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0
\end{aligned}$$

On obtient donc l'équation du second degré en n :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{l_m + 2h_v}{0,64}\right] + 3,125h_v = 0$$

4. Application numérique.

En remplaçant par les nombres, on obtient :

$$n^2 - n\left[1 + \frac{1,84 + 2 \times 1,62}{0,64}\right] + 3,125 \times 1,62 = 0$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^2 - 8,9375n + 5,0625 = 0$$

a. Résolution de l'équation du second degré en n :

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8,9375)^2 - 4(5,0625)(1) = 59,62890625$

✍ $\Delta > 0$ donc il y a deux solutions réelles distinctes :

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8,9375 + \sqrt{59,62890625}}{2} \approx 8$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8,9375 - \sqrt{59,62890625}}{2} \approx 0$

Attention : On a le droit d'arrondir dans cet exercice seulement parcequ'ils le demandent dans l'énoncé.
La seule valeur possible de n est $n = 8$

b. D'après les questions précédentes :

$$h_m = \frac{h_v}{n} = \frac{1,62}{8} = 0,2025 \text{ m} = 20,25 \text{ cm}$$

$$g_m = \frac{l_m}{n-1} = \frac{1,84}{7} \approx 26,29 \text{ cm}$$

$$l = n \times g_m = 8 \times g_m \approx 2,1029 \text{ m ou } l \approx 210,29 \text{ cm}$$

$$r_m = \sqrt{g_m^2 + h_m^2} \approx 33,18 \text{ cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h_m}{g_m} \approx 0,770255 \text{ donc } \alpha \approx 37,6^\circ$$