DM à rendre pour le mardi 7 mars 2017

Exercice :

l'objectif de cet exercice est de calculer de différentes façon la somme :

$$S_n = 1^1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \ldots\ldots + n^2$$

ou n est un entier naturel supérieu ou égal à 1.

Partie I Calcul à la main :

1. Calculer S_1, S_2, S_3 et S_4 en détaillant vos calculs.
2. Sachant que $S_{99} = 328350$, déterminer S_{100} en détaillant votre calcul.

Partie II Calcul avec programme informatique :

1. Ecrire sur votre feuiile un algorithme, utilisant une boucle "Pour" et permettant de calculer cette somme.
2. Entrer le programme sur votre calculatrice, l'écrire sur votre feuille, puis donner S_{100} et S_{200} puis S_{500}
3. Ecrire sur votre feuiile un algorithme, utilisant une boucle "Tant que" et permettant de calculer cette somme.
4. Entrer le programme sur votre calculatrice, l'écrire sur votre feuille, puis donner S_{100} et S_{200} puis S_{500}

Partie III Calcul à l'aide d'une formule :

On note $f : x \longmapsto \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{6}x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+1) - f(x) = x^2$
2. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = f(n+1) - f(1)$
3. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = \dfrac{1}{3}n^3 + \dfrac{1}{2}n^2 + \dfrac{1}{6}n$
4. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
5. En déduire la valeur de S_{100}, S_{200} et S_{1000}