La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
Durée : 2 heures / Calculatrice autorisée : **Oui** **mais celle du lycée**.
Arrondir les résultats à 10^{-4} près.

Exercice 01 : (3 points)

Un constructeur de composants produit des résistances éléctriques. La probabilité pour qu'une résistance soit défectueuse est égale à 5×10^{-3}.
On choisit au hasard 1000 résitances. On considère que le tirage de 1000 résistance a lieu avec remise. Dans un lot de 1000 résistances, quelle est la probabilité d'avoir :

1. Exactement deux résistances défectueuses ?
2. Au moins deux résistances défectueuses ?

Exercice 02 : (3 points)

On note X une variable aléatoire suivant une loi Binomiale de paramètres $n = 75$ et $p = 0,42$.

1. Calculer $E(X)$
2. Calculer $P(X = 30)$
3. Calculer $P(X \geq 15)$
4. Calculer $P(X \leq 30)$

Exercice 3 : (5 points)

On note (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $v_{n+1} = -4v_n + 5$ et $v_1 = 3$.
On note (w_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $w_n = v_n - 1$.

1. Montrer que (w_n) est une suite géométrique.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, déterminer w_n en fonction de n.
3. En déduire une expression de v_n en fonction de n.
4. Calculer une valeur exacte de $\displaystyle\sum_{k=1}^{50} w_k = w_1 + w_2 + ... + w_{49} + w_{50}$

Exercice 04 : (4 points)

On note (u_n) une suite géométrique telle que $q > 0$, $u_4 = 162$ et $u_6 = 1458$

1. Déterminer le premier terme u_0 et la raison q de la suite (u_n).
2. Donner la définition par récurrence de la suite (u_n).
3. Donner la définition explicite de la suite (u_n).

Exercice 5 : (5 points)

On considère deux suites (u_n) et (v_n) telles que $u_0 = v_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} u_{n+1} = -u_n + v_n + 1 \\ v_{n+1} = 2 + 2u_n \end{cases}$$

1. Montrer que la suite (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = u_n + v_n$ est arithmétique.
2. Montrer que la suite (b_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $b_n = 2u_n - v_n$ est géométrique.
3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{1}{3}(a_n + b_n)$.
4. En déduire $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{20} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_{19} + u_{20}$