La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
Durée : 2 heures / Calculatrice autorisée : **Oui**.

**"Ne crains pas l'échec. Ce n'est pas l'échec, mais le manque d'ambition qui est un crime.
Avec des objectifs élevés, l'échec peut être glorieux"**
(Bruce Lee)

Exercice 01 : (4 points)

On note $f : x \mapsto -x^2 + x + 12$ définie sur $\mathbb{R}$

1. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
2. Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.
3. Donner le tableau des variations et le tableau des signes de la fonction f.
4. tracer (correctement) la courbe représentative de f dans un repère.

Exercice 02 : (5 points)

Résoudre les équations dans $\mathbb{R}$:

1. $7x^2 - 28 = 0$
2. $2x^2 + 4x + 3 = 0$
3. $x^2 + \sqrt{3}x = 18$
4. $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$
5. $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$

Exercice 03 : (3 points)

Résoudre les inéquations dans $\mathbb{R}$:

1. $x^2 + 10^7x - 2.10^{14} \leq 0$
2. $\dfrac{(2x^2 + x - 3)(x^2 + 5)}{8 - 4x} \geq 0$

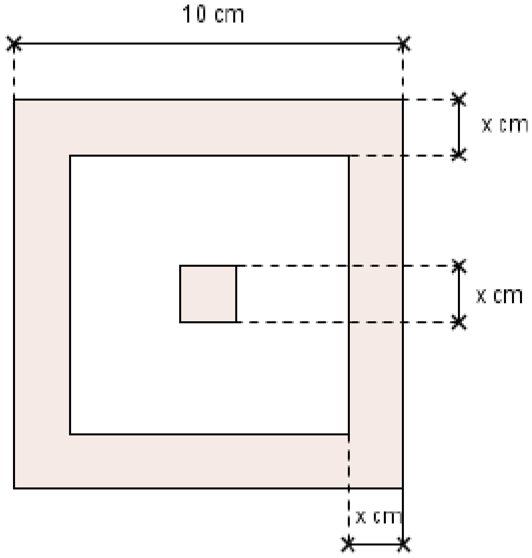
Exercice 04 : (2,5 points)

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Montrer que pour tout réel λ, l'équation $x^2 = \lambda x + 1$ admet deux solutions réelles distinctes.
2. Déterminer les valeurs possibles de a pour que l'équation $x^2 = ax - a$ puisse avoir deux solutions réelles distinctes.

Exercice 05 : (3 points)

Dans un carré de 10 cm de côté, on a colorié une bande de largeur x cm et un carré de côté x cm centré comme dans la figure ci-après.



Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire coloriée est égale à la partie blanche.

Exercice 06 : (2,5 points)

On note $f : x \mapsto x^2 - 2x - 1$ puis α et β ses deux racines réelles distinctes.
On ne demande pas de trouver α et β dans les deux premières questions.

1. Montrer que $\alpha^2 - \beta^2 = 2(\alpha - \beta)$
2. En déduire que $\alpha + \beta = 2$
3. Sachant que $\alpha = 1 + \sqrt{2}$, déterminer β.
4. Vérifier que $\alpha\beta = -1$
5. Sans utiliser les valeurs de α et β, démontrer que $\alpha^3 = 5\alpha + 2$

Exercice bonus

Après avoir développé $(x^2 - 3x + 2)^2$, résoudre l'équation $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 3 = 0$