Exercice 1 :

1. $79 = 3 \times 26 + 1$ donc $\alpha = -\dfrac{79\pi}{3} = -26\pi - \dfrac{\pi}{3}$ $\boxed{-\dfrac{\pi}{3}}$ est la mesure principale de α
2. $\cos x = \cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ et $\sin x = \sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = \boxed{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

Exercice 2 :

$(\widehat{-\vec{u}\,;-\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}\,;\vec{v}})$ $[2\pi]$ donc la mesure principale de $(\widehat{-\vec{u}\,;-\vec{v}})$ est $\boxed{\dfrac{2\pi}{7}}$

$(\widehat{\vec{v}\,;\vec{u}}) = -(\widehat{\vec{u}\,;\vec{v}})$ $[2\pi]$ donc la mesure principale de $(\widehat{\vec{v}\,;\vec{u}})$ est $\boxed{-\dfrac{2\pi}{7}}$

$(\widehat{\vec{u}\,;-\vec{v}}) = \pi + (\widehat{\vec{u}\,;\vec{v}}) = \dfrac{9\pi}{7}$ $[2\pi]$ donc la mesure principale de $(\widehat{\vec{u}\,;-\vec{v}})$ est $\boxed{-\dfrac{5\pi}{7}}$

$(\widehat{-\vec{u}\,;3\vec{v}}) = (\widehat{-\vec{u}\,;\vec{v}}) = \pi + (\widehat{\vec{u}\,;\vec{v}})$ $[2\pi]$ donc la mesure principale de $(\widehat{-\vec{u}\,;3\vec{u}})$ est $\boxed{-\dfrac{5\pi}{7}}$

Exercice 3 :

$A = \cos(\pi - x) + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) + \sin(x - 3\pi) + \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$

$A = -\cos x - \sin x + sin(x - \pi) + \cos x = -\cos x - \sin x - \sin x + \cos x = \boxed{-2\sin x}$

Exercice 4 :

1. $\dfrac{3x}{3x-1} - \dfrac{x-6}{5x-2} = \dfrac{-x}{(3x-1)(5x-2)}$ Cette équation existe si et seulement si $x \neq \dfrac{1}{3}$ et $x \neq \dfrac{2}{5}$

   $\dfrac{3x}{3x-1} - \dfrac{x-6}{5x-2} = \dfrac{-x}{(3x-1)(5x-2)} \Leftrightarrow 3x(5x-2) - (x-6)(3x-1) = -x$

   $\Leftrightarrow 15x^2 - 6x - 3x^2 + x + 18x - 6 = -x \Leftrightarrow 12x^2 + 14x - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 7x - 3 = 0$

   $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(6)(-3) = 121 = 11^2$ donc il y a deux racines réelles distinctes :

   $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7+11}{12} = \dfrac{1}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7-11}{12} = -\dfrac{3}{2}$

   Or cette équation existe si et seulement si $x \neq \dfrac{1}{3}$ et $x \neq \dfrac{2}{5}$ donc $\boxed{S = \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}}$

2. $\dfrac{(2x^2 + x - 3)(x^2 + 5)}{8 - 4x} \geq 0$ Cette inéquation existe si et seulement si $x \neq 2$

   $\triangleright$ Etude de $2x^2 + x - 3$: $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-3) = 25 = 5^2$

   Il y a donc deux racines réelles distinctes $x_1 = -\dfrac{3}{2}$ et $x_2 = 1$

   $\triangleright$ Etude de $x^2 + 5$: $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 5 > 0$

x	$-\infty$		$-3/2$		1		2		$+\infty$
$2x^2+x-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
x^2+5		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$+$	
$8-4x$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

   Donc $\boxed{S = \left]-\infty; -\dfrac{3}{2}\right] \cup [1; 2[}$

3. $|2x-4| = |-2-x|$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$\lvert 2x-4\rvert$		$-2x+4$	$\lvert$	$-2x+4$	0	$2x-4$	
$\lvert -2-x\rvert$		$-2-x$	0	$2+x$	$\lvert$	$2+x$	
		$-2x+4=-2-x$	$\lvert$	$-2x+4=2+x$	$\lvert$	$2x-4=2+x$	
		$x=6$	$\lvert$	$x=\dfrac{2}{3}$	$\lvert$	$x=6$	

Donc $\boxed{S=\left\{\dfrac{2}{3};6\right\}}$

Exercice 5 : $\forall x\in\mathbb{R}$, $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ donc

$$\sin^2 x = 1-\cos^2 x = 1-\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 1-\frac{8-4\sqrt{3}}{4} = \frac{4-8+4\sqrt{3}}{4} = \frac{-4+4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}-1$$

donc $\sin x = \sqrt{\sqrt{3}-1}$ ou $\sin x = -\sqrt{\sqrt{3}-1}$

Or $x\in]-\pi;0[$ donc $\sin x<0$ donc $\boxed{\sin x = -\sqrt{\sqrt{3}-1}}$

Exercice facultatif :

$f(x)=a(x-4)(x-6)=ax^2-10ax+24a$ donc $-10a=5 \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$ et $c=-12$