CALCULATRICE NON AUTORISEE POUR CE DEVOIR

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 12x + 21$.

1. Déterminer la forme canonique de f.
2. Décrire la courbe de f.

Exercice 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x - 8$

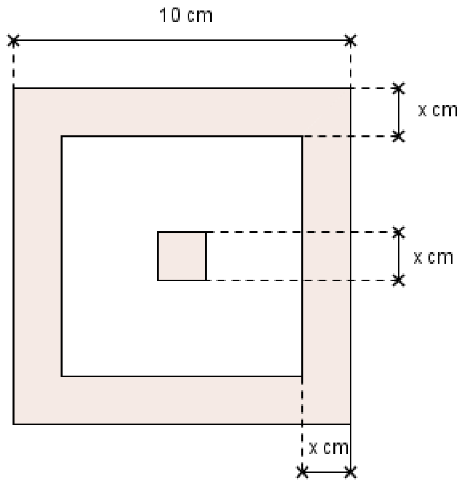
1. Déterminer les éventuelles racines de f et en déduire, si possible, une factorisation de $f(x)$.
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes du repère.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x + 3$.
   Etudier la position relative des courbes de f et g.

Exercice 3 : Résoudre les équations et inéquation suivantes :

(a) $-2x^2 - 8x - 5 = 0$ (b) $9(1-x)^2 = 4(2x+1)^2$ (c) $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$

(d) $\dfrac{(2x^2 + x - 3)(x^2 + 5)}{8 - 4x} \geq 0$

Exercice 4 : Dans un carré de 10 cm de côté, on a colorié une bande de largeur x cm et un carré de côté x cm centré comme sur la figure ci-dessous.



1. Exprimer en fonction de x l'aire de la partie coloriée . On notera $A(x)$ cette aire.
2. Déterminer pour quelles valeurs de x, l'aire coloriée est égale à l'aire de la partie blanche.

Exercice 5 : *Les questions de cet exercice sont indépendantes*

1. Trouver une fonction polynôme du second degré ayant 1 et 4 comme racines.
   Peut-on trouver un tel polynôme dont la courbe représentative passe par le point $A(-1; 1)$? Si oui, le donner.
2. Montrer que pour tout réel a, l'équation $x^2 = ax + 1$ admet deux solutions réelles distinctes.
3. m est un réel. On considère l'équation (E) : $(m + 3)x^2 + 2(3m + 1)x + (m + 3) = 0$.
   Pour quelles valeurs de m l'équation (E) a-t-elle une unique solution ? Calculer alors cette solution.