La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce DS

Exercice 1 : (2 pts)
On note u la suite définie par : $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = -\frac{2}{3}u_n + 5$
La représentation de la fonction $f : x \longmapsto -\frac{2}{3}x + 5$ est donnée au verso de cette feuille.

1. Placer les 6 premiers termes de la suite u, sur l'axe des abscisses.
2. Conjecturer les variations de la suite u ainsi que sa limite éventuelle lorsque n tend vers $+\infty$

Exercice 2 : (3,5 pts)
On note v la suite définie par : $v_0 = 7$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_{n-1} - 3n + 4$

1. A l'aide de votre calculatrice compléter :

n	0	1	2	3	4	5	6	...	20	21	30
v_n											

2. Ecrire un algorithme demandant le rang p du terme à calculer et affichant la valeur de v_p.
3. Emettre une conjecture sur les variations de la suite v puis sur sa limite éventuelle lorsque n tend vers $+\infty$
4. Démontrer votre conjecture sur les variations de v.

Exercice 3 : (5 pts)
On note u, v et t trois suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :
$u_n = -\frac{2^{n+2}}{3^n}$, $\quad v_n = -n^2 + 8n - 5 \quad$ et $\quad t_n = n - 2^n$

1. Etudier les variations des trois suites ci-dessus.
2. u est-elle arithmétique ? géométrique ? (justifier)
3. v est-elle arithmétique ? géométrique ? (justifier)

Exercice 4 : (3 pts)
u est une suite arithmétique telle que $u_5 = 17$ et $u_{12} = 38$

1. Déterminer u_0 et la raison r
2. Calculer la somme $S_{12} = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{12}$

Exercice 5 : (2,5 pts)
u est une suite géométrique telle que $u_0 = 6$ et de raison $q = 2$

1. Déterminer u_{15}
2. Calculer la somme $S_{15} = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}$

Exercice 5 : (4 pts)
Un jardinier tond sa pelouse tous les samedis, et recueille à chaque fois 120 litres de gazon coupé qu'il stocke dans un bac à compost de 300 litres. Chaque semaine, les matières stockées perdent par décomposition, ou prélévement, les trois quarts de leur volume.
On appelle V_n le volume en litres stockés le $n^{\text{ième}}$ samedi de tonte.
On a $V_1 = 120$

1. Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $V_{n+1} = \dfrac{1}{4}V_n + 120$
2. On nomme U, la suite définie pour $n \in \mathbb{N}^*$ par $U_n = 160 - V_n$
   (a) Démontrer que U est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{4}$
   (b) Déterminer U_n en fonction de n.
   (c) En déduire V_n en fonction de n.
   (d) Les conditions restant les mêmes, le bac de stockage sera-t-il un jour rempli ?

Figure de l'exercice 1