

Exercice 1 :

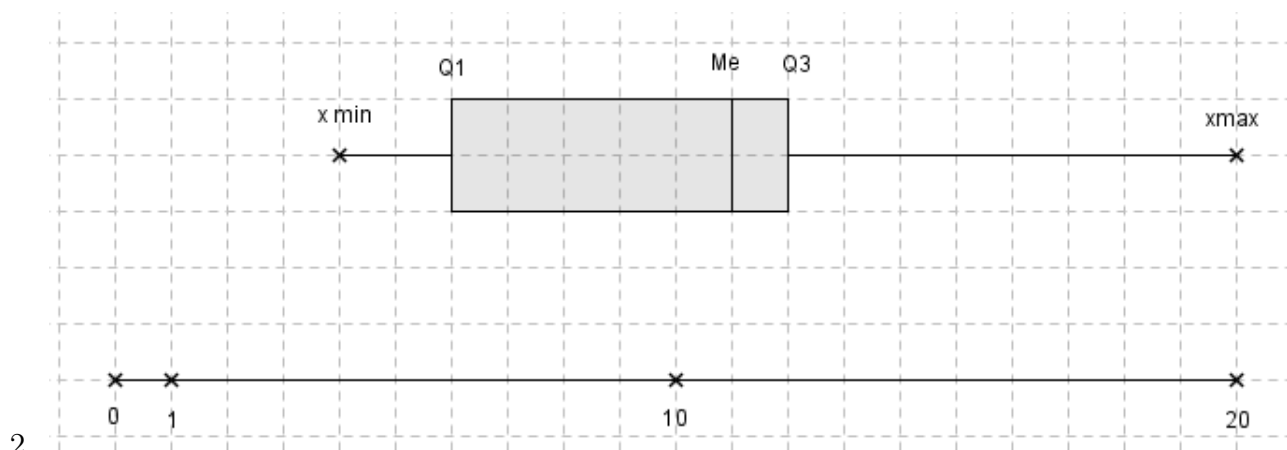
x_i	4	6	10	12	18	20
n_i	8	20	22	25	19	6
ef.cum. croissants	8	28	50	75	94	100

1. $\frac{100}{2} = 50$ le prix médian est la moyenne de la 50ème et de la 51ème valeur de la série ordonnée :

$$M_e = \frac{10 + 12}{2} = 11, \text{ le prix médian est 11 euros}$$

$$\frac{100}{4} = 25 \text{ le premier quartile la 25ème valeur de la série ordonnée : } Q_1 = 6 \text{ euros}$$

$$\frac{3 \times 100}{4} = 75 \text{ le troisième quartile la 75ème valeur de la série ordonnée : } Q_3 = 12 \text{ euros}$$

**Exercice 2 :**

- La calculatrice donne : $\bar{x} = 17$ ans et $\sigma \approx 6.05$ ans.
- 98 % des auditeurs sondés représente $0.98 \times 300 = 294$ personnes.
 $\bar{x} - 3\sigma \approx -1.15$ et $\bar{x} + 3\sigma \approx 35.15$ or dans $[0; 30]$ il y a 295 personnes donc oui, il y a au moins 98 % des auditeurs sondés dont l'âge est dans $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$.

Exercice 3 :

1. $\bar{x} = \frac{2 \times 4 + 7 \times 6}{4 + 6} = \frac{50}{10} = 5$

2. $f : x \mapsto \frac{1}{10}[4(x-2)^2 + 6(x-7)^2]$

(a) $f(\bar{x})$ est la variance de la série.

(b) $f(x) = \frac{1}{10}[4(x^2 - 4x + 4) + 6(x^2 - 14x + 49)] = \frac{1}{10}[4x^2 - 16x + 16 + 6x^2 - 84x + 294]$

$$f(x) = \frac{1}{10}[10x^2 - 100x + 310] = x^2 - 10x + 31 : \text{forme développée}$$

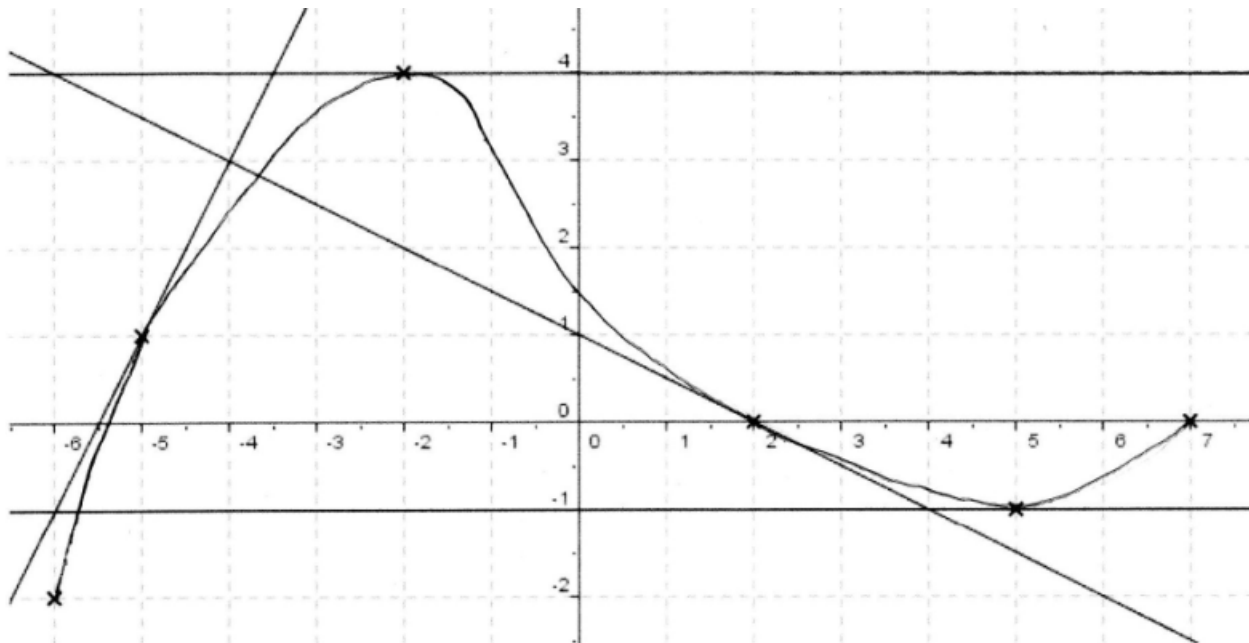
$$f(x) = x^2 - 10x + 31 = (x - 5)^2 - 25 + 31 = (x - 5)^2 + 6 : \text{forme canonique}$$

(c) $f(x) = (x - 5)^2 + 6$; $a = 1 > 0$ d'où le tableau :

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$f(x)$		6	

(d) f admet un minimum pour $x = \bar{x} = 5$, ce minimum est $f(\bar{x}) = 6$ la variance de la série.

Exercice 4 :



Exercice 5 :

Soit la fonction : $f : x \mapsto 5 + \frac{1}{x+2}$

- $D_f =] -\infty; -2[\cup] -2; +\infty[$.
- Pour $h \neq 0$ et $-1+h \neq -2$ soit $h \neq -1$

$$\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \frac{5 + \frac{1}{-1+h+2} - \left(5 + \frac{1}{-1+2}\right)}{h} = \frac{5 + \frac{1}{1+h} - 5 - 1}{h} = \frac{\frac{1}{1+h} - 1}{h} = \frac{1 - (1+h)}{h(1+h)} = \frac{-h}{h(1+h)} = \frac{-1}{1+h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{1+h} = -1 \text{ donc } f \text{ est dérivable en } -1 \text{ et } f'(-1) = -1.$$

- L'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -1 est :
 $T : y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$
 soit $y = -1(x+1) + 6$ donc $T : y = -x + 5$

Exercice 6 :

- $f(-2) = -16$, $f(-1) = -12$ et $f(0) = 0$
- $f'(-2) = -4$, $f'(-1) = 10$ et $f'(1) = 0$
- l'équation $f(x) = 0$ a 3 solutions sur $[-3; 2]$: -3 , 0 et 2 .
- l'équation $f'(x) = 0$ a 2 solutions sur $[-3; 2]$: $-1,8$ et $1,1$.

$$5. \begin{array}{c|cccc} x & -3 & 0 & 2 & \\ \hline f(x) & 0 & - & 0 & + & 0 \end{array}$$

$$6. \begin{array}{c|ccccc} x & -3 & -1.8 & 1.1 & 2 & \\ \hline f'(x) & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

7.

x	-3	-1.8	1.1	2
$f(x)$	0		8.12	
		-16.4		0

8. L'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse -2 est :

$$T : y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2)$$

$$\text{soit : } y = -4(x + 2) - 16 \text{ donc : } T : y = -4x - 24$$

Exercice 7 :

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 + 3$

1. Pour $h \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} &= \frac{2(x_0 + h)^2 + 3 - (2x_0^2 + 3)}{h} = \frac{2(x_0^2 + 2hx_0 + h^2) + 3 - 2x_0^2 - 3}{h} = \\ &= \frac{2x_0^2 + 4hx_0 + 2h^2 + 3 - 2x_0^2 - 3}{h} = \frac{4hx_0 + 2h^2}{h} = \frac{h(4x_0 + 2h)}{h} = 4x_0 + 2h \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 4x_0 + 2h = 4x_0 \text{ donc } f \text{ est dérivable en } x_0 \text{ et } f'(x_0) = 4x_0.$$

2. Le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse a est $f'(a)$.

$$\text{Le coefficient directeur de la droite d'équation } 3x - 2y + 5 = 0 \text{ est } \frac{3}{2}.$$

2 droites sont parallèles si et seulement si leurs coefficients directeurs sont égaux, ainsi la tangente à C_f au point d'abscisse a est parallèle à la droite d'équation :

$$3x - 2y + 5 = 0 \iff 4a = \frac{3}{2} \iff a = \frac{3}{8}.$$

La tangente à C_f au point d'abscisse $\frac{3}{8}$ est parallèle à la droite d'équation $3x - 2y + 5 = 0$.