

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

Un barème sur 30 vous est donné à titre indicatif, il est susceptible de changements mineurs

La calculatrice n'est pas autorisée pour ce DS, mais on rappelle que $\sqrt{2} \approx 1,4$

Exercice 1 : 4 points

x est un réel de $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ tel que $\cos x = \frac{3}{4}$.

1. Placer x sur le cercle trigonométrique.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin x$.
3. Exprimer en fonction de $\cos x$ ou $\sin x$, puis donner la valeur exacte de :

(a) $\sin(\pi - x)$

(b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 2 : 5 points

On donne $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

1. Déterminer $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.
2. Déterminer $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $4 \cos 2x + 1 = \sqrt{5}$.

Exercice 3 : 3 points

Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $(2 \sin x + \sqrt{3})(\cos x - 1) = 0$

Exercice 4 : 2 points

x est un réel, écrire sans valeur absolue et en justifiant :

1. $|\pi - 3, 2|$
2. $|3 - 2x|$
3. $|-3(x+1)^2 - 2|$

Exercice 5 : 5 points

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|2x - 4| = 5$
2. $5 - 3|x| = 6$
3. $|3x - 10| \leq 5$
4. $|1 - x| > 3$

Tourner SVP

Exercice 6 : 3 points

f est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$

1. Ecrire $f(x)$ sans racine au dénominateur.
2. En déduire la valeur de $S(5) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$.
3. n étant un entier naturel, donner une écriture simplifiée de $S(n) = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$.

Exercice 7 : 5 points

On donne $A = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$.

1. Montrer que $A = 3 - 2\sqrt{2}$.
2. Calculer $(\sqrt{2} - 1)^2$ et en déduire une expression simple de \sqrt{A} .
3. Calculer A^2 .
4. (a) Énoncer la propriété qui permet de comparer x , x^2 et \sqrt{x} pour x réel positif.
(b) Comparer alors sans calcul, mais en justifiant, les nombres suivants :
 $\sqrt{2} - 1$, $3 - 2\sqrt{2}$ et $17 - 12\sqrt{2}$.

Exercice 8 : 3 points

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x - 4$ et $g(x) = 6 - 2x$.

Étudier la position relative de ces deux courbes.

Exercice bonus : 1.5 points

Soient a et b deux réels tels que $a > 0$ et $b < 0$, factoriser $ax^2 + b$