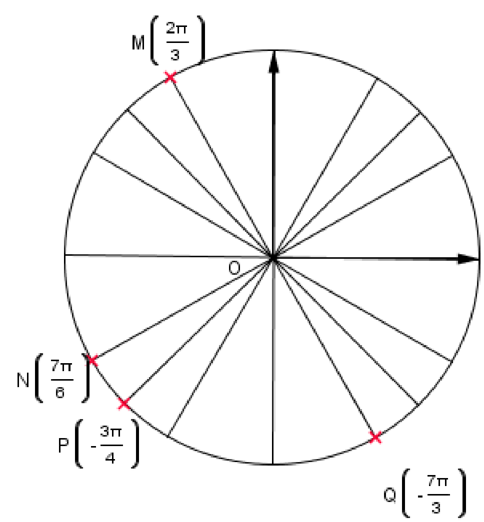
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
La calculatrice est autorisée pour ce DS

Exercice 1 :

1. $\alpha = \dfrac{141\pi}{4}$ n'appartient pas à $]-\pi;\pi]$
   $141 = 4\times 35 + 1$ donc $141\pi = 4\times 35\times\pi + \pi$ donc $\alpha = 35\pi + \dfrac{\pi}{4}$
   donc $\alpha = 36\pi - \pi + \dfrac{\pi}{4} = 36\pi - \dfrac{3\pi}{4}$
   or $-\dfrac{3\pi}{4} \in]-\pi;\pi]$ donc la mesure principale de α est $\boxed{-\dfrac{3\pi}{4}}$
2. $\beta = \dfrac{-91\pi}{6}$ n'appartient pas à $]-\pi;\pi]$
   $91 = 6\times 15 + 1$ donc $-91\pi = -6\times 15\times\pi - \pi$ donc $\beta = -15\pi - \dfrac{\pi}{6}$
   donc $\beta = -16\pi + \pi - \dfrac{\pi}{6} = -16\pi + \dfrac{5\pi}{6}$
   or $\dfrac{5\pi}{6} \in]-\pi;\pi]$ donc la mesure principale de β est $\boxed{\dfrac{5\pi}{6}}$
3. $\gamma = 70$ n'appartient pas à $]-\pi;\pi]$ On cherche un entier relatif tel que $-\pi < 70 + 2k\pi \leq \pi$
   $-\pi < 70 + 2k\pi \leq \pi \iff -\pi - 70 < 2k\pi \leq \pi - 70 \iff \dfrac{-\pi-70}{2\pi} < k \leq \dfrac{\pi - 70}{2\pi}$
   or $\dfrac{-\pi-70}{2\pi} \approx -11,6$ et $\dfrac{\pi-70}{2\pi} \approx -10.6$
   la seule valeur de k possible est donc $k = -11$
   Donc la mesure principale de γ est $\boxed{70 - 22\pi}$

Exercice 2 :



Exercice 3 :
Dans tout l'exercice, k est un entier relatif.

1. (a) Le triangle ABC étant équilatéral alors une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$est $\boxed{\dfrac{\pi}{3}}$
   (b) $(\widehat{\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BA}}) = (\widehat{\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BC}}) + (\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}) = -\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ $(\widehat{\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BA}}) = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$
   donc une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BA}})$ est $\boxed{-\dfrac{\pi}{6}}$

(c) Le triangle AIB est isocèle en B donc $\widehat{BAI} = \widehat{BIA}$ et comme la somme des angles d'un triangle fait π radians, $\widehat{BAI} = \dfrac{1}{2}\left(\pi - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{5\pi}{12}$

donc une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}})$ est $\boxed{\dfrac{5\pi}{12}}$

(d) $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CJ}}) = (\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}}) + (\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CJ}}) = \pi + (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}}) + (\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CJ}}) = \pi - \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi = \dfrac{5\pi}{12} + 2k\pi$

donc une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CJ}})$ est $\boxed{\dfrac{5\pi}{12}}$

2. $(\widehat{\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}}) = (\widehat{\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}}) + (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) + (\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AJ}}) + 2k\pi = \dfrac{5\pi}{12} + \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi = \dfrac{12\pi}{12} + 2k\pi = \pi + 2k\pi$
donc les points A, I et J sont alignés.

Exercice 4 : Dans tout l'exercice, k est un entier relatif.
$(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}}) = (\widehat{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CB}}) + (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA}}) + (\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DA}}) + 2k\pi$
donc
$(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}}) = (\widehat{-\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}}) + (\widehat{-\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) + (\widehat{-\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) + 2k\pi = \pi + (\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}}) + (\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) + (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) + 2k\pi$
donc $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}}) = \pi + \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi = \dfrac{37\pi}{24} + 2k\pi = \dfrac{13\pi}{24} + 2k\pi$
donc la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}})$ est $\boxed{\dfrac{13\pi}{24}}$

Exercice 5 :
Résoudre $Q(x) = \dfrac{(6x+8-2x^2)(3-x)}{4x^2-12x+9} \geq 0$
Cherchons les valeurs qui annulent $4x^2 - 12x + 9$:
$4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2 = (2x-3)^2$ donc $4x^2 - 12x + 9 = 0 \iff x = \dfrac{3}{2}$
L'inéquation existe $\iff x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$
Cherchons les valeurs qui annulent $3 - x$:
$3 - x = 0 \iff x = 3$
Cherchons les valeurs qui annulent $6x + 8 - 2x^2 = -2x^2 + 6x + 8$
$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(-2)(8) = 36 + 64 = 100 = 10^2 > 0$
$\Delta > 0$ donc il y a deux racines réelles distinctes :
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-6+10}{-4} = -1$
$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-6-10}{-4} = 4$
Tableaux des signes :

x	$-\infty$		-1		$3/2$		3		4		$+\infty$
$6x+8-2x^2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$3-x$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$4x^2-12x+9$		$+$	$\vert$	$+$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$Q(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = \left[-1; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; 3\right] \cup [4; +\infty[}$$