Exercice 1 : (5 pts)
$(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est un repère orthonormal.
On donne $A(-3;1)$, $B(2;-2)$ et (d) la droite d'équation cartésienne $4x - 2y - 5 = 0$

1. $M(x;y) \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
   $\Leftrightarrow (x+3)(-3) - 5(y-1) = 0 \Leftrightarrow -3x - 9 - 5y + 5 = 0 \Leftrightarrow \boxed{3x + 5y + 4 = 0}$
2. $C\left(0; -\dfrac{5}{2}\right) \in (d)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d)
3. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$
   $x_{\overrightarrow{u}}y_{\overrightarrow{AB}} - x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{u}} = 2 \times (-3) - 5 \times 4 = -6 - 20 = -26 \neq 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{u}$ ne sont pas colinéaires donc (d) et (AB) sont sécantes.

Exercice 2 : (5 pts)

1. $3.\overrightarrow{SL} = 2.\overrightarrow{TL} \Leftrightarrow 3.\overrightarrow{ST} + 3.\overrightarrow{TL} = 2.\overrightarrow{TL} \Leftrightarrow \overrightarrow{TL} = 3.\overrightarrow{TS}$ + Voir figure
2. $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TK} + \overrightarrow{KR} + \overrightarrow{TK} + \overrightarrow{KS} = 2\overrightarrow{TK} + \overrightarrow{KR} + \overrightarrow{KS} = 2\overrightarrow{TK}$ car K milieu de $[RS]$ donc $\overrightarrow{KR} + \overrightarrow{KS} = 0$
3. $\overrightarrow{HL} = \overrightarrow{HT} + \overrightarrow{TL} = 3\overrightarrow{TR} + 3\overrightarrow{TS} = 3(\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TS})$
4. $\overrightarrow{HL} = 3(\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TS}) = 3 \times 2\overrightarrow{TK} = 6.\overrightarrow{TK}$ donc $\overrightarrow{TK}$ et $\overrightarrow{HL}$ sont colinéaires donc $(HL)//(TK)$

Exercice 3 : (3 pts)

1. $\overrightarrow{AA} = 0.\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC}$ donc $A(0;0)$
   $\overrightarrow{AB} = 1.\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC}$ donc $B(1;0)$
   $\overrightarrow{AC} = 0.\overrightarrow{AB} + 1.\overrightarrow{AC}$ donc $C(0;1)$
   $\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AM} = -1.\overrightarrow{AB} + 3.\overrightarrow{AC}$ donc $M(-1;3)$
   $\overrightarrow{AN} = 6.\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = 5.\overrightarrow{AB} - 6.\overrightarrow{AC}$ donc $N(5;-6)$
2. $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BN}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$
   On a donc $\overrightarrow{BN} = -2.\overrightarrow{BM}$ donc $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires et B, N et M sont alignés.

Exercice 4 : (2 pts)
Les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2-x \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -1 \\ x \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si :
$x(2-x) + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(-3) = 16 = 4^2 > 0$ donc il y a deux solutions réelles distinctes :
$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 3$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -1$ donc $S = \{-1; 3\}$

Exercice 5 : (5 pts)
Déterminer le domaine de définition et les variations des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto \sqrt{3 + x^2}$ et $D_f = \mathbb{R}$
   On note $u : x \mapsto x^2$ et $v : x \mapsto 3 + u(x)$ alors u et v ont les mêmes variations sur les mêmes intervalles donc v est strictement décroissantes sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$
   On a $f : x \mapsto \sqrt{v(x)}$ et $v(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$ donc f et v ont les mêmss variations sur les mêmes intervalles donc f est strictement décroissantes sur $]-\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$

2. $g : x \longmapsto 1 - \dfrac{2}{3-x}$ et $D_g =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$
   $u : x \mapsto 3 - x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$
   On note $v : x \mapsto \dfrac{1}{u(x)}$ avec $u(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ alors u et v ont des variations contraires sur $]-\infty; 3[$ et sur $]3; +\infty[$ donc v est strictement croissante sur $]-\infty; 3[$ et strictement croissante sur $]3; +\infty[$.
   On note $w : x \mapsto -2v(x)$ alors w et v ont des variations contraires sur les mêmes intervalles donc w est strictement décroissante sur $]-\infty; 3[$ et strictement décroissante sur $]3; +\infty[$.
   On a $g : x \mapsto 1 + w(x)$ donc g et w ont les mêmes variations sur les mêmss intervalles donc g est strictement décroissante sur $]-\infty; 3[$ et strictement décroissante sur $]3; +\infty[$.

Figure de l'exercice 2