

Exercice 01 : On note f la fonction définie par $f : L \mapsto \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

1) $f : L \mapsto f(L)$ est définie et dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\frac{df}{dL}(L) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \times \left(-\frac{1}{L^2} \right) = -\frac{1}{2L^2} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

2) $\frac{df}{dL}(L)$ est toujours négative sur $]0; +\infty[$ donc $f : L \mapsto f(L)$ est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$. On a donc $L_1 < L_2$ entraîne $f(L_1) > f(L_2)$

3) Si la longueur de la corde raccourcie alors d'après la question précédente, la fréquence des vibrations augmente donc le ton de la note est plus aigu.

Exercice 02 : On note g la fonction définie par

$$f : T \mapsto \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

1) $f : T \mapsto f(T)$ est définie sur $]0; +\infty[$ et dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\frac{df}{dT}(T) = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{1}{\rho}} \times \left(\frac{1}{2\sqrt{T}} \right) = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{1}{T\rho}}$$

2) $\frac{df}{dT}(T)$ est toujours positive sur $]0; +\infty[$ donc $f : T \mapsto f(T)$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. On a donc $T_1 < T_2$ entraîne $f(T_1) < f(T_2)$

3) Lorsque la tension est accrue en tournant une cheville alors la tension augmente donc d'après la question précédente, la fréquence des vibrations augmente donc le ton de la note est plus aigu.

Exercice 03 : On note h la fonction définie par $f : \rho \mapsto \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

1) $f : \rho \mapsto f(\rho)$ est définie et dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\frac{df}{d\rho}(\rho) = \frac{1}{2L} \sqrt{T} \times \left(-\frac{1}{2\rho\sqrt{\rho}} \right) = -\frac{1}{4\rho L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

2) $\frac{df}{d\rho}(\rho)$ est toujours négative sur $]0; +\infty[$ donc $f : \rho \mapsto f(\rho)$ est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$. On a donc $\rho_1 < \rho_2$ entraîne $f(\rho_1) > f(\rho_2)$

3) Si la corde est plus grosse alors la densité augmente donc la fréquence diminue alors la note est plus grave. Inversement, si la corde est moins grosse alors la densité diminue donc la fréquence augmente et la note est plus aigu.