

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

LA CALCULATRICE EST AUTORISEE POUR CE DS

Exercice 1 (8 pts) :

Soit la suite (U_n) définie par la donnée de son premier terme $U_0 = 14000$ et par la relation :

$$\text{pour tout entier naturel } n, U_{n+1} = 1,04 \times U_n + 200.$$

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = U_n + 5000$.
 - (a) Calculer V_0 .
 - (b) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .
En déduire que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - (c) Exprimer V_n en fonction de n .
 - (d) En déduire que $U_n = 19000 \times (1,04)^n - 5000$.
 - (e) Déterminer à partir de quel rang n , a-t-on $U_n \geq 28000$

Exercice 2 (3 pts) :

Il est 10h00 du matin, un Geek envoie un mail à 10 de ses ami(e)s. Une minute après ses ami(e)s reçoivent le mail et une minute après ils envoient le mail à dix ami(e)s qui ne sont pas les ami(e)s du geek ni lui même. Une minute après les ami(e)s des ami(e)s du geek reçoivent le mail et un minute après ils envoient le mail à dix ami(e)s qui n'ont jamais reçu ce mail. Ainsi de suite ...

A quelle heure tous les hommes de la planète (d'environ 6,8 milliards d'habitants) auront reçu le mail ?

Exercice 3 (4 pts) :

Calculer la valeur exacte des sommes suivantes :

1. $S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{274877906944}$
2. $S_2 = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 99$

Exercice 4 (2,5 pts) :

Démontrer que l'équation $x^n + x^{n-1} + \dots + x - 1 = 0$ est équivalente à $x^{n+1} - 2x + 1 = 0$

Exercice 5 (2,5 pts) :



Exercice Bonus (2,5 pts) :

Résoudre l'équation : $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^9} = 0$