

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

LA CALCULATRICE EST AUTORISÉE POUR CE DS

Exercice 1 (5 pts) : (Fiche de révision sur les limites)

Déterminer les limites ci-dessous. (On rédigera correctement la démarche)

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6}$
2. $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{x - 5}{x^2 - 9}$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{x - 5}{x^2 - 9}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1 + \frac{1}{x}} - \frac{1}{2x}$

Exercice 2 (10 pts) : (Ex 57 page 149)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{5x - x^3}{x^2 + 3}$

et \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. (a) Déterminer des réels a et b tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 3}$
 (b) Montrer que f est impaire. Que peut-on en conclure pour la courbe \mathcal{C}_f ?
2. (a) Calculer $f'(x)$
 (b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{(x^2 + 15)(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^2}$
 (c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 (d) Dresser le tableau des variations de f .
3. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x$ est une asymptote à \mathcal{C}_f . Etudier la position relative de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite (D) .
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0. Etudier la position relative de \mathcal{C}_f et de (T) .
5. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et les axes du repère.
6. Construire (D) , \mathcal{C}_f et (T) dans le repère suivant.

Exercice 3 (5 pts) :

On note (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormal.

On note $A(-2; 2)$, $B(2; 0)$ et $C(0; -2)$

1. Calculer une équation cartésienne des médiatrices de $[AB]$ et $[BC]$
2. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC
3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC
4. Déterminer l'équation cartésienne du cercle de diamètre $[BC]$

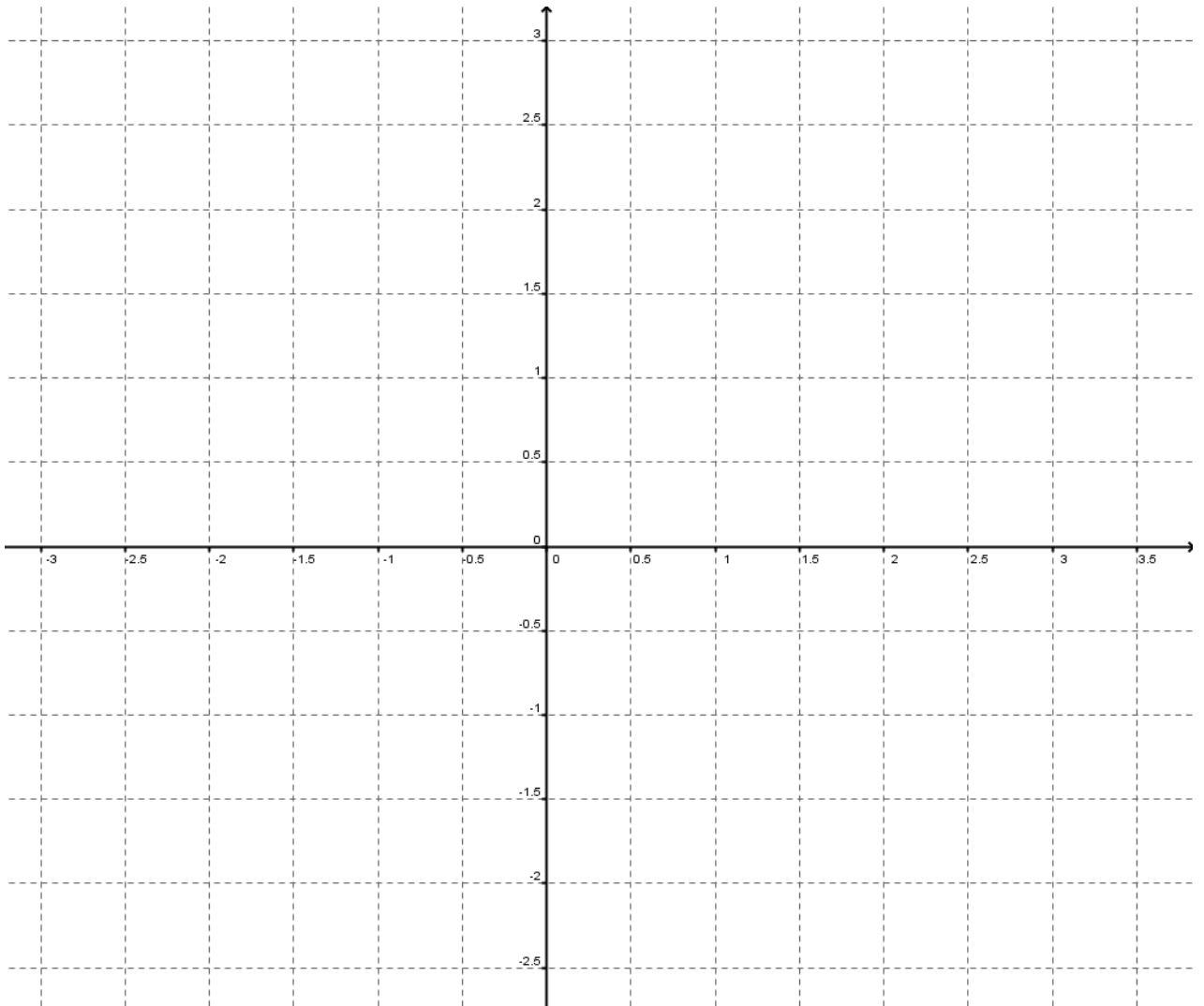
Exercice bonus (2 pts) :

On note a, b, c et d des réels tels que $c \neq 0$

On note f la fonction définie par $f : x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}$

Déterminer a, b, c et d pour que \mathcal{C}_f admette une asymptote verticale d'équation $x = -2$, une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$ et en $-\infty$, et qu'elle passe par $A(0; -1)$

Repère pour l'exercice 02 :



NOM :

Prénom :