La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
**LA CALCULATRICE EST AUTORISEE POUR CE DS**

**Exercice 1 (12 pts) :** (Ex 49 page 117)

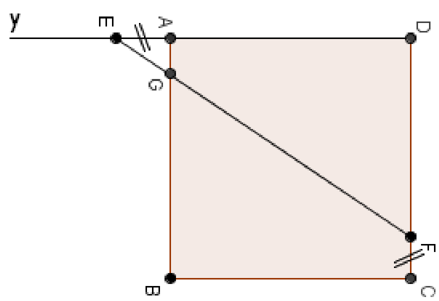
**Partie I** On note $f$ la fonction définie sur $[0;1]$ par $f : x \longmapsto \dfrac{x-x^2}{x+1}$

1. Déterminer $f'$
2. Dresser le tableau des variations de $f$.
3. Tracer la courbe représentative de $f$ dans le repère au verso de la feuille.

**Partie II** On note $g$ la fonction définie sur $[0;1]$ par $g : x \longmapsto \dfrac{x^2-x^3}{2(x+1)}$

1. Déterminer $g'$
2. Dresser le tableau des variations de $g$.
3. Tracer la courbe représentative de $g$ dans le repère au verso de la feuille.

**Partie III** $ABCD$ est un carré de côté 1.
Les points $E$ et $F$ appartiennent à la demi-droite $[Ay)$ et au segment $[DC]$ et vérifient $AE = CF$.
$G$ est le point d'intersection des droites $(AB)$ et $(EF)$.
On pose $AE = x$




1. Exprimer $AG$ en fonction de $x$.
2. Exprimer l'aire du triangle $AGE$ en fonction de $x$.
3. Déterminer la position du point $E$ pour que la distance $AG$ soit maximale. Donner alors la distance $AG$ maximale.
4. Déterminer la position du point $E$ qui rend l'aire du triangle $AGE$ maximale. Donner alors la valeur maximale de l'aire de $AGE$

**Exercice 2 (2 pts) :**

On note $f$ une fonction définie sur $[0;+\infty[$ telle que :

$$f'(x) = \frac{1}{1+x} \qquad \text{et} \qquad f(0) = 0$$

Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ on a $f(x) \leq x$

**Exercice 3 (4 pts) :** : (Ex 70 page 376)

On donne $\sin x = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$

1. Calculer $\cos x$
2. Calculer $\sin 2x$ et $\cos 2x$
3. En déduire la valeur de $x$

**Exercice 4 (2 pts) :**

$k$ est un nombre entier relatif.
$ABC$ est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$
Déterminer une valeur exacte du périmètre $p$ du triangle $ABC$

**Exercice for the show (2 pts) :**

On considère une série statistique $(a_i, n_i)$ pour $i$ variant de 1 à $n$

On note $f$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x-a_i)^2 n_i$

Montrer que le minimum de $f$ est la variance des $(a_i)$ et que ce minimum est atteint pour $x = \overline{a}$

Graphique de l'exercice 1 :