

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.

LA CALCULATRICE EST AUTORISEE POUR CE DS

Exercice 1 (5 pts) :

On note f une fonction définie sur $\left[-\frac{1}{2}, 5\right]$ et \mathcal{C} sa représentation graphique ci-dessous.

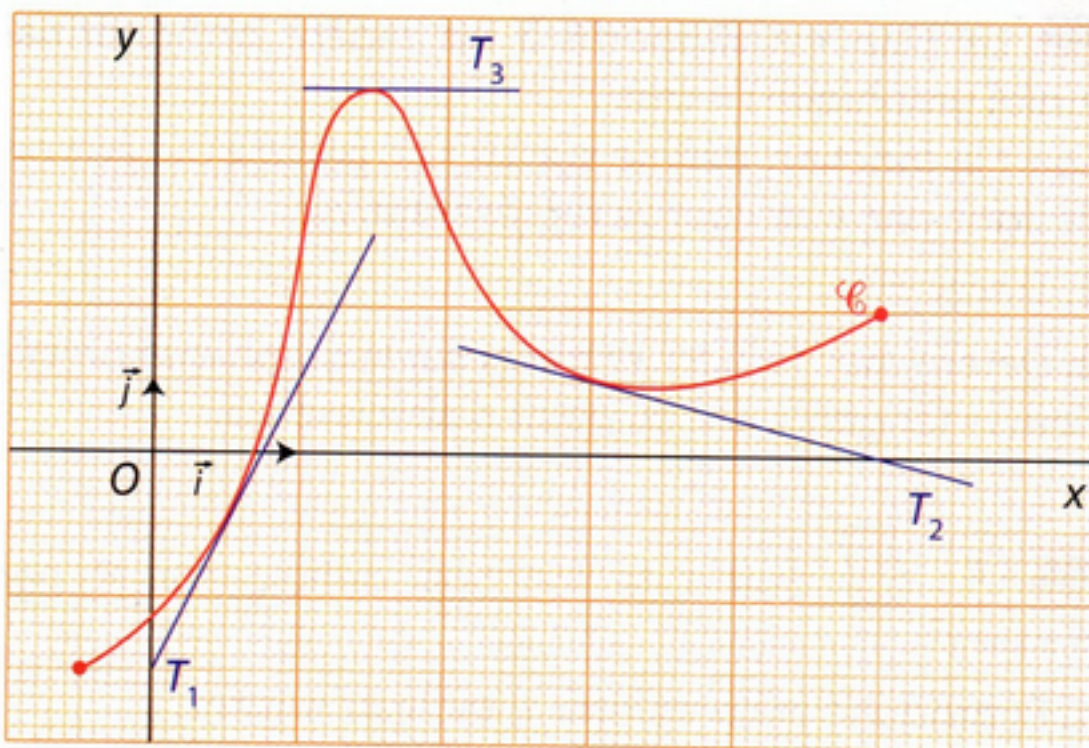
(O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthogonal. (Attention aux unités des abscisses et celles des ordonnées)

On note (T_1) la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x = \frac{1}{2}$

On note (T_2) la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x = 3$

On note (T_3) la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x = \frac{3}{2}$

On note $f'(x)$ le nombre dérivé de f en x .



1. Lire graphiquement les valeurs de $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f\left(\frac{3}{2}\right)$ et $f(3)$
2. Lire graphiquement les valeurs de $f'\left(\frac{3}{2}\right)$, $f'(3)$ et $f'\left(\frac{1}{2}\right)$
3. Déterminer l'équation de (T_1) et de (T_2)
4. Dresser le tableau des signes de $f'(x)$ puis celui des variations de f .
5. Résoudre l'équation $f(x) \times f'(x) = 0$
6. Étudier les variations de $g : x \mapsto f(ax + b)$ pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

Exercice 2 (3 pts) :

Démontrer que les fonctions (ci-dessous) ne sont pas dérivables en x_0

1. $f : x \mapsto \sqrt{x}$ en $x_0 = 0$
2. $g : x \mapsto |x + 1|$ en $x_0 = -1$

Exercice 3 (7 pts) :

Déterminer la fonction dérivée des fonctions ci-dessous. Justifier l'ensemble de dérivation et rédiger votre démarche avec précision.

1. $f_1 : x \mapsto 4x^2 - 2x + 3$

2. $f_2 : x \mapsto (2x + 3)(3x - 7)$

3. $f_3 : x \mapsto \frac{2x + 4}{3x - 1}$

4. $f_4 : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{5x - 3}}$

5. $f_5 : x \mapsto \sqrt{x} \left(1 - \frac{1}{x}\right)$

6. $f_6 : x \mapsto x^2 \cos(x)$

7. $f_7 : x \mapsto \frac{1}{\pi} \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$

Exercice 4 (2 pt) :

On note f une fonction définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ telle que $f'(x) = \frac{1}{x}$

On note $g : x \mapsto xf(x) - x$

1. Étudier les variations de f
2. Calculer $g'(x)$

Exercice 5 (3 pts) :

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}$ définie sur \mathbb{R}^* et (\mathcal{C}) sa courbe représentative.

Déterminer les abscisses des points de (\mathcal{C}) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$

Exercice for the style (2 pts) :

On note $f : x \mapsto \frac{x}{1 + |x|}$

1. Déterminer D_f
2. f est-elle dérivable en $x = 0$? Justifier
3. Déterminer f'