La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISEE POUR CE DS

Exercice 1 (4 pts) :

On note $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormal direct du plan.
Coordonnées cartésiennes de A : $A(-3; \sqrt{3})$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$
Coordonnées polaires de B : $B\left[2\sqrt{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ dans $(O, \vec{i})$

1. Déterminer les coordonnées polaires de A dans $(O, \vec{i})$
2. Déterminer la mesure en radians de $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}})$
3. Déterminer les coordonnées polaires de A dans $(O, -\vec{j})$
4. Déterminer les coordonnées cartésiennes de B dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$
5. Déterminer les coordonnées polaires de A dans $(B, \vec{i})$

Exercice 2 (3 pts) : (Exercice 32/33/34 p373 de votre livre)

Exprimer en fonction de $\cos x$ ou de $\sin x$ ou $\tan x$ les nombres suivants :

1. $A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$
2. $B = \cos\left(x - \frac{9\pi}{6}\right)$
3. $C = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
4. $D = \cos(-\pi - x) + \sin(x - \pi) + \sin(4\pi - x)$

Exercice 3 (5 pts) : (Exercice d'un DS des années précédentes)

k désigne un entier relatif.
Soient A et B deux points tels que $AB = 4$ cm.
On note :

➠ Le point C tel que $AB = AC$ et $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$.

➠ Le point D tel que ACD soit en triangle équilatéral et $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}}) = \frac{17\pi}{3} + 2k\pi$

➠ Le point E tel que $DE = 3$ cm et $(\widehat{\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC}}) = -\frac{13\pi}{12} + 2k\pi$

1. Donner la mesure principale de $\frac{17\pi}{3} + 2k\pi$ et de $-\frac{13\pi}{12}$.
2. Faire une figure précise.
3. Décrire l'ensemble des points M du plan tels que $(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \pi + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
4. Démontrer que les droites (AB) et (ED) sont parallèles.
5. Sur la même figure, construire le point F tel que A, F et C sont alignés et $(\widehat{\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{CD}}) = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$.
6. Démontrer que les droites (AB) et (BF) sont perpendiculaires.

Exercice 4 (3 pts) : (Exercice 48 p 374 de votre livre)
On veut résoudre l'équation $\sqrt{3}\cos x = \sin x$, dans $[0; 2\pi[$.

1. Exprimer $\sin x$ en fonction de $\cos x$
2. En déduire que x est aussi solution de l'équation $\cos^2 x = \dfrac{1}{4}$
3. Résoudre l'équation $\cos^2 x = \dfrac{1}{4}$ dans $[0; 2\pi[$
4. Explique pourquoi $\cos x$ et $sinx$ doivent avoir le même signe.
5. En déduire les solutions de l'équation de départ.

Exercice 5 (2 pts) :
Un convertisseur d'énergie électrique fournit une tension moyenne d'expression :

$$U = \frac{\phi}{\pi}(1 + \cos\alpha)$$

où ϕ est une constante et α est réglable entre 0 et π.
Déterminer α, s'il existe pour que $U = \dfrac{\phi}{2\pi}(2 - \sqrt{2})$

Exercice 6 (3 pts) :

1. Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$x^3 + 8x^2 + 19x + 12 = (x + 3)(ax^2 + bx + c)$$
2. Soit f la fonction définie sur $I =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ par :
$$f(x) = \frac{(x + 3)(x^2 + 5x + 4)}{x - 1}$$
Déterminer la position relative entre la représentation graphique de la fonction f et l'axe des abscisses. (On pourra étudier le signe de $f(x)$)

Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (2 pts) :
On note Q un polynôme du second degré et x_1 et x_2 deux réels
On note $S = x_1 + x_2$ et $P = x_1x_2$

1. Démontrer que si $P(x) = x^2 - Sx + P$ alors les deux racines de Q sont x_1 et x_2
2. Démontrer que si les deux racines de Q sont x_1 et x_2 alors $Q(x) = x^2 - Sx + P$