

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation des copies.  
LA CALCULATRICE EST AUTORISÉE POUR CE DS

**Exercice 1 (... pts) :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

- $\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} \geq 0$
- $2 \cos^2 \theta - (2 + \sqrt{3}) \cos \theta + \sqrt{3} = 0$  [SOS : On remarquera que  $(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ ]

**Exercice 2 (... pts) :**

On note  $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

- Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- Démontrer que pour tout  $a$  et  $b$  réels tels que  $b < 1$  et  $a < 1$ , on a :

$$f(a) - f(b) = \frac{a-b}{(\sqrt{1-a} \times \sqrt{1-b})(\sqrt{1-b} + \sqrt{1-a})}$$

- En déduire que  $f$  est strictement croissante sur  $] -\infty; 1[$

**Exercice 3 (... pts) :**

Les deux questions ci-dessous sont indépendantes.

- Sachant que  $a$  est un réel négatif, factoriser  $x^2 + a$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $|x|^2 + 2|x| - 15 = 0$

**Exercice 4 (... pts) :**

- Déterminer la mesure principale des angles  $\alpha = \frac{77\pi}{3}$ ,  $\beta = 17$  et  $\theta = -\frac{21\pi}{2}$
- En déduire  $\cos\left(\frac{77\pi}{3}\right)$  et  $\sin\left(\frac{77\pi}{3}\right)$
- En déduire  $\cos\left(\frac{77\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$  et  $\sin\left(\frac{77\pi}{3} + \pi\right)$

**Exercice 5 (... pts) :**

On donne  $\sin x = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$  et  $x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

- Déterminer la valeur exacte de  $\cos x$
- Déterminer la valeur de  $x$  en fraction de  $\pi$  au moyen de la calculatrice et de la touche **MATH** et **FRAC**. (Mettre  $x$  sous la forme  $x = \frac{p\pi}{q}$ )

**Exercice 6 (... pts) :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- $\sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$
- $\cos x = \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

**Exercice 7 (... pts) :**

On note  $\phi$  le nombre ci-dessous :

$$\phi = 2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \dots}}}$$

- Exprimer  $\phi - 2$  en fonction de  $\phi$
- Résoudre l'équation obtenue à la question précédente et en déduire une valeur de  $\phi$  plus simple.
- Montrer que  $\phi^3 = 6\phi + 4$

**Exercice facultatif/Bonus/Supplémentaire (2 pts) :**

Démontrer que pour tout  $\theta \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$  :

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{1 - \sin^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$