La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.
A rendre pour le **Mercredi** 3 **Février** 2011

Exercice 01 :

On note $f : x \mapsto x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x$

1. (a) Calculer f'
   (b) Vérifier que $f'(3) = 0$
   (c) Factoriser $f'(x)$ sous la forme $(x-3) \times P(x)$ ou $P(x)$ est une fonction polynôme du second degré.
   (d) Etudier le signe de $P(x)$.
   (e) Dresser le tableau des signes de $f'(x)$
2. Dresser le tableau des variations de la fonction f.
3. (a) Déterminer a, b et c trois réels tels que $f(x) = x(x-1)(ax^2 + bx + c)$
   (b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des abscisses.
   (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe des ordonnées.
   (d) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ aux points :
      i. d'abscisse $x = -3$
      ii. d'abscisse $x = 0$
      iii. d'abscisse $x = 1$
4. Construire sur un même repère les trois tangentes, placer les points d'intersection avec les axes, les tangentes horizontales puis la courbe $\mathcal{C}_f$.

Exercice 02 :

On note f une fonction poynôme vérifiant que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x+1) - f(x) = x^2$
On note (E) la relation ci-dessus.

1. Quel est le degré de la fonction polynôme f ? Explique le mieux possible ton raisonnement
2. Détermine un polynôme du troisième degré vérifiant la relation (E)
3. Démontrer que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 = f(n+1)$
4. Démontrer alors que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
5. En déduire la somme $S_{100} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 100^2$

Exercice 03 :

Déterminer une fonction polynôme f vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} f(x) - \dfrac{x}{3} f'(x) + f''(x) = 0 \\ f'''(x) = 6 \end{cases}$$

sachant que $f''(x) = (f'(x))'$ et $f'''(x) = (f''(x))'$

Exercice 04 :

Déterminer les variations de $f : x \longmapsto \cos x(1 - \sin x) - 1$ sur $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$