

Exercice 01 :

- Pour tout $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{1}{\tan x}$
- $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{1(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$

Exercice 02 :

Voir la page d'annexe sur le site ...

Exercice 03 :

Dans tout l'exercice k est un entier relatif.

- $\triangleright ABJ$ étant équilatéral alors $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AJ}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$\triangleright DABC$ est un carré donc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

Donc $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AJ}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

\triangleright Le triangle ADJ est isocèle donc $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DJ}) = (\overrightarrow{JD}, \overrightarrow{JA}) + 2k\pi$

Donc $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DJ}) = -\frac{\pi - \frac{\pi}{6}}{2} = -\frac{5\pi}{12} + 2k\pi$

Donc $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DJ}) = -\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} + 2k\pi = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi$
- $\triangleright CBK$ étant équilatéral alors $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CK}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

Donc $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CK}) = (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CK}) = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

$\triangleright CDK$ est un triangle isocèle donc $(\overrightarrow{DK}, \overrightarrow{DC}) = (\overrightarrow{KC}, \overrightarrow{KD}) + 2k\pi$

Donc $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DK}) = \frac{-\pi + \frac{5\pi}{6}}{2} = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi$
- Comme $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DK}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DJ})$ alors les points D , J et K sont alignés.

Exercice 04 :

- $$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{8}\right) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin\left(\pi + \frac{3\pi}{8}\right) - \sin\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{aligned}$$
- $A = \sin\left(x + \frac{\pi}{2} + \pi\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2} - \pi\right) = -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(x) - \sin(x)$
 - $B = \cos(\pi + x) + 2\cos(-2\pi + x) + 3\cos(3\pi + x) = -\cos(x) + 2\cos(x) + 3\cos(\pi + x) = -\cos(x) + 2\cos(x) - 3\cos(x) = -2\cos(x)$